線形代数１，第２回演習問題

2024/4/18　担当：那須

$\boxed{1}$ 2 つの空間ベクトル $\mathbf{a}$ と $\mathbf{b}$ を $\mathbf{a} = (1,1,2)$ と $\mathbf{b} = (-1,2,1)$ と定める.

(1) $\mathbf{a}$ と $\mathbf{b}$ のなす角 θ $(0 \leq \theta \leq \pi)$ を求めよ.

(2) $\mathbf{a}$ と $\mathbf{b}$ で張られる平行四辺形の面積 S を求めよ.

(3) ベクトル $\mathbf{x} = \mathbf{a} + t\mathbf{b}$ がベクトル $(-1,0,1)$ と直交するとき, 実数 t の値を求めよ.

$\boxed{2}$ (1) xyz-空間内において, 点 $(-2,1,0)$ を通り, 方向ベクトル $\mathbf{a} = (1,2,-1)$ をもつ直線 ℓ の方程式を求めよ.

(2) xyz-空間内において, 点 $(2,-1,1)$ を通り, 法線ベクトル $\mathbf{n} = (-1,2,2)$ をもつ平面 H の方程式を求めよ.

(3) ℓ と H の交点の座標を求めよ.

$\boxed{3}$ 二つのベクトル $\mathbf{a} = (1,-1,x)$ と $\mathbf{b} = (1,2,1)$ のなす角が $\dfrac{2}{3}\pi$ に等しいとき, x の値を求めよ.

$\boxed{4}$ 2 つの空間ベクトル $\mathbf{a}$ と $\mathbf{b}$ を $\mathbf{a} = (-1,4,3)$ と $\mathbf{b} = (1,2,2)$ とする.

(1) 外積 $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ を求めよ.

(2) $\mathbf{a}$ と $\mathbf{b}$ で張られる平行四辺形の面積 S を求めよ.

(3) xyz-空間内において, 点 $(2,1,-1)$ を通り, $\mathbf{a}$ と $\mathbf{b}$ に平行な平面 H の方程式を求めよ.

$\boxed{5}$ 平面 $x + 2y + z = 0$ と直線 $-x + 1 = y + 5 = \dfrac{z+3}{2}$ のなす角 θ $(0 \leq \theta \leq \pi/2)$ を求めよ.

$\boxed{6}$ xyz-空間内の 3 点 $A(1,-2,3)$, $B(2,-3,5)$, $C(3,-5,7)$ をとる.

(1) 空間ベクトル $\mathbf{x}$ と $\mathbf{y}$ を, $\mathbf{x} = \overrightarrow{AB}$ と $\mathbf{y} = \overrightarrow{AC}$ とおく. 外積 $\mathbf{x} \times \mathbf{y}$ を求めよ.

(2) A, B, C を通る平面 H の法線ベクトルを一つ与えよ.

(3) H の方程式を求めよ.

---

[0]解答：

$\boxed{1}$ (1)　$\theta = \pi/3$　　(2)　$S = 3\sqrt{3}$　　(3)　$t = -1/2$

$\boxed{2}$ (1)　$x + 2 = \dfrac{y-1}{2} = -z$　　(2)　$-x + 2y + 2z = -2$　　(3)　$(x,y,z) = (-8,-11,6)$

$\boxed{3}$ $x = -2$

$\boxed{4}$ (1)　$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = (2,5,-6)$　　(2)　$S(= |\mathbf{a} \times \mathbf{b}|) = \sqrt{65}$　　(3)　$2x + 5y - 6z - 15 = 0$

$\boxed{5}$ $\theta = \dfrac{\pi}{2} - \dfrac{\pi}{3} = \dfrac{\pi}{6}$

$\boxed{6}$ (1)　$\mathbf{x} \times \mathbf{y} = (2,0,-1)$　　(2)　$(2,0,-1)$　　(3)　$2x - z + 1 = 0$

[0]※この講義に関する情報はホームページを参照. http://fuji.ss.u-tokai.ac.jp/nasu/2024/la1.html