線形代数１, 第10回演習問題

2024/6/27 担当：那須

$\boxed{1}$ 行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -1 & 4 & 1 \\ -3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ に対し, 以下の問いに答えよ.

(1) A の行列式 $|A|$ を計算せよ.

(2) A の (i,j) 余因子 Δ_{ij} $(1 \leq i, j \leq 3)$ を全て求めよ.

(3) B を (i,j) 成分が Δ_{ij} に等しい行列とする. 次の行列を計算せよ. ただし ${}^tB$ は B の転置行列を表す.

(a) $A({}^tB)$

(b) $({}^tB)A$

(4) A の逆行列 A^{-1} を求めよ.

$\boxed{2}$ 次の行列式を求めよ.

(1) $\begin{vmatrix} -3 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \\ -1 & -2 & 1 \end{vmatrix}$ (2) $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ (3) $\begin{vmatrix} 0.2 & 0 & 0.3 & 0.4 \\ 20 & 70 & 80 & 0 \\ 0.4 & 1.4 & 0 & 0.6 \\ 10 & 25 & 5 & 35 \end{vmatrix}$

$\boxed{3}$ 次の行列式を因数分解せよ.

(1) $\begin{vmatrix} a & b & c & d \\ -a & b & c & d \\ -a & -b & c & d \\ -a & -b & -c & d \end{vmatrix}$ (2) $\begin{vmatrix} a & a & a & a \\ a & b & b & b \\ a & b & c & c \\ a & b & c & d \end{vmatrix}$ (3) $\begin{vmatrix} a & b & b & b \\ a & b & a & a \\ a & a & b & a \\ a & a & a & b \end{vmatrix}$ (4) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix}$

---

[0]解答：

$\boxed{1}$ (1) 13 (2) $(\Delta_{ij}) = \begin{pmatrix} 8 & -1 & 12 \\ -6 & 4 & -9 \\ 3 & -2 & 11 \end{pmatrix}$ (3-a) $\begin{pmatrix} 13 & 0 & 0 \\ 0 & 13 & 0 \\ 0 & 0 & 13 \end{pmatrix}$ (3-b) $\begin{pmatrix} 13 & 0 & 0 \\ 0 & 13 & 0 \\ 0 & 0 & 13 \end{pmatrix}$ (4) $\dfrac{1}{13}\begin{pmatrix} 8 & -6 & 3 \\ -1 & 4 & -2 \\ 12 & -9 & 11 \end{pmatrix}$

$\boxed{2}$ (1) -15 (2) -7 (3) -422

$\boxed{3}$ (1) $8abcd$ (2) $a(b-a)(c-b)(d-c)$ (3) $2a(a-b)^3$ (4) $(a-b)(b-c)(c-a)$

[0]※この講義に関する情報はホームページを参照. http://fuji.ss.u-tokai.ac.jp/nasu/2024/la1.html