

1 行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -1 & 4 & 1 \\ -3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ に対し, 以下の問いに答えよ.

(1) A の行列式 $|A|$ を計算せよ.

(2) A の (i, j) 余因子 Δ_{ij} ($1 \leq i, j \leq 3$) を全て求めよ.

(3) B を (i, j) 成分が Δ_{ij} に等しい行列とする. 次の行列を計算せよ. ただし ${}^t B$ は B の転置行列を表す.

(a) $A({}^t B)$

(b) $({}^t B)A$

(4) A の逆行列 A^{-1} を求めよ.

2 次の行列式を求めよ.

$$(1) \begin{vmatrix} -3 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \\ -1 & -2 & 1 \end{vmatrix} \quad (2) \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (3) \begin{vmatrix} 0.2 & 0 & 0.3 & 0.4 \\ 20 & 70 & 80 & 0 \\ 0.4 & 1.4 & 0 & 0.6 \\ 10 & 25 & 5 & 35 \end{vmatrix}$$

3 次の行列式を因数分解せよ.

$$(1) \begin{vmatrix} a & b & c & d \\ -a & b & c & d \\ -a & -b & c & d \\ -a & -b & -c & d \end{vmatrix} \quad (2) \begin{vmatrix} a & a & a & a \\ a & b & b & b \\ a & b & c & c \\ a & b & c & d \end{vmatrix} \quad (3) \begin{vmatrix} a & b & b & b \\ a & b & a & a \\ a & a & b & a \\ a & a & a & b \end{vmatrix} \quad (4) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix}$$

⁰解答:

$$1 (1) 13 \quad (2) (\Delta_{ij}) = \begin{pmatrix} 8 & -1 & 12 \\ -6 & 4 & -9 \\ 3 & -2 & 11 \end{pmatrix} \quad (3-a) \begin{pmatrix} 13 & 0 & 0 \\ 0 & 13 & 0 \\ 0 & 0 & 13 \end{pmatrix} \quad (3-b) \begin{pmatrix} 13 & 0 & 0 \\ 0 & 13 & 0 \\ 0 & 0 & 13 \end{pmatrix} \quad (4) \frac{1}{13} \begin{pmatrix} 8 & -6 & 3 \\ -1 & 4 & -2 \\ 12 & -9 & 11 \end{pmatrix}$$

$$2 (1) -15 \quad (2) -7 \quad (3) -422$$

$$3 (1) 8abcd \quad (2) a(b-a)(c-b)(d-c) \quad (3) 2a(a-b)^3 \quad (4) (a-b)(b-c)(c-a)$$