

1 次の行列の固有値 λ と固有ベクトル \mathbf{x} を求めよ.

(1) $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

(2) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 8 & 1 \end{pmatrix}$

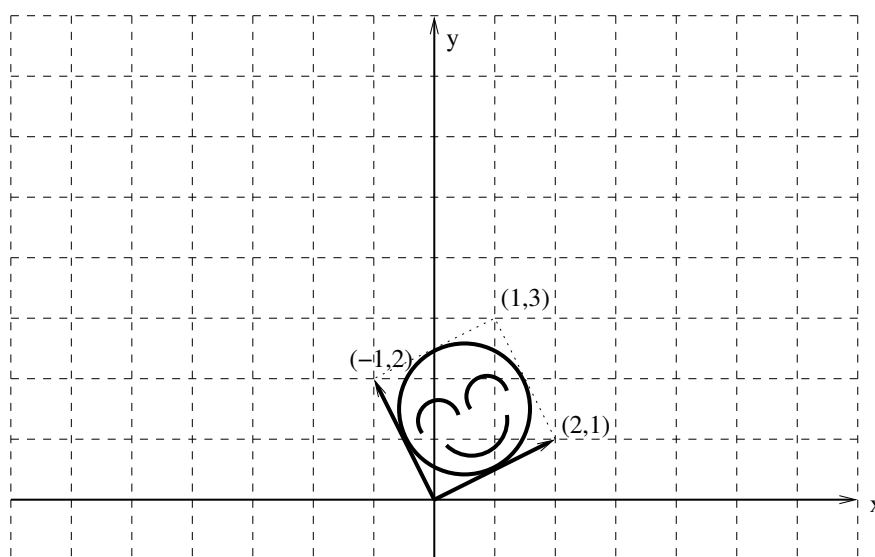
(3) $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

(4) $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$

(5) $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

(6) $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$

2 2次正方行列 A が $A \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ かつ $A \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ を満たすとする. このとき A の定める写像 $T: \mathbf{x} \mapsto A\mathbf{x}$ により、下の図形 (ニコニコマーク) はどのような図形に写されるか? 概形を描け.



⁰解答:

- 1 (1) $\lambda = 5, 1$. $\lambda = 5$ のとき $\mathbf{x} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $c_1 \neq 0$. $\lambda = 1$ のとき $\mathbf{x} = c_2 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $c_2 \neq 0$.
- (2) $\lambda = 5, -3$. $\lambda = 5$ のとき $\mathbf{x} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $c_1 \neq 0$. $\lambda = -3$ のとき $\mathbf{x} = c_2 \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $c_2 \neq 0$.
- (3) $\lambda = 4, -3$. $\lambda = 4$ のとき $\mathbf{x} = c_1 \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$, $c_1 \neq 0$. $\lambda = -3$ のとき $\mathbf{x} = c_2 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $c_2 \neq 0$.
- (4) $\lambda = 4, -5$. $\lambda = 4$ のとき $\mathbf{x} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $c_1 \neq 0$. $\lambda = -5$ のとき $\mathbf{x} = c_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $c_2 \neq 0$.
- (5) $\lambda = 2$ (重解). $\lambda = 2$ のとき $\mathbf{x} = c \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $c \neq 0$.
- (6) $\lambda = 3$ (重解). $\lambda = 3$ のとき $\mathbf{x} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $(c_1, c_2) \neq (0, 0)$.

2 省略

⁰※この講義に関する情報はホームページを参照. <http://fuji.ss.u-tokai.ac.jp/nasu/2021/lasc.html>