線形代数 (SC), 第 14 回演習問題

2020/12/7 担当：那須

$\boxed{1}$ 次の行列式を計算せよ.

(1) $\begin{vmatrix} 12 & 9 \\ 13 & 8 \end{vmatrix}$ (2) $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 10 \\ 0 & -7 & 11 \\ 5 & 8 & -12 \end{vmatrix}$ (3) $\begin{vmatrix} 1 & -3 & 7 \\ 0 & 5 & 9 \\ 2 & -11 & 13 \end{vmatrix}$ (4) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & -2 & 3 \\ 0 & 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}$

(5) $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$ (6) $\begin{vmatrix} 0 & 1 & -2 & 1 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & 0 \end{vmatrix}$ (7) $\begin{vmatrix} 2 & 3 & -3 & 5 \\ -3 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & -3 & 3 \\ 4 & 5 & -2 & 5 \end{vmatrix}$

$\boxed{2}$ 行列 $A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 2 \\ 0 & 1 & -3 \\ 2 & -2 & 3 \end{pmatrix}$ とする.

(1) A の (i,j) 余因子 Δ_{ij} $(1 \leq i,j \leq 3)$ を (i,j) 成分とする 3 次行列 $B = (\Delta_{ij})$ を求めよ.

(2) A の行列式 $|A|$ の値を求めよ.

(3) A の逆行列 A^{-1} を求めよ.

$\boxed{3}$ 次の行列式を因数分解せよ.

(1) $\begin{vmatrix} a & a & b \\ 2a & a+b & 2b \\ 2a+b & a+2b & 3a \end{vmatrix}$ (2) $\begin{vmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{vmatrix}$ (3) $\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ 1 & y & y^2 \\ 1 & z & z^2 \end{vmatrix}$ (4) $\begin{vmatrix} a & a & a & a \\ a & b & b & b \\ a & b & c & c \\ a & b & c & d \end{vmatrix}$

---

[0]解答:

$\boxed{1}$ (1) -21 (2) 350 (3) 40 (4) -17 (5) -6 (6) 4 (7) -52

$\boxed{2}$ (1) $B = \begin{pmatrix} -3 & -6 & -2 \\ 2 & -7 & -6 \\ 4 & -3 & -1 \end{pmatrix}$ (2) $|A| = 11$ (3) $A^{-1} = \dfrac{1}{11}\begin{pmatrix} -3 & 2 & 4 \\ -6 & -7 & -3 \\ -2 & -6 & -1 \end{pmatrix}$

$\boxed{3}$ (1) $-(a-b)^2(3a+b)$ (2) $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$ (3) $(x-y)(y-z)(z-x)$ (4) $-a(a-b)(b-c)(c-d)$

[0]※この講義に関する情報はホームページを参照. http://fuji.ss.u-tokai.ac.jp/nasu/2020/lasc.html