

1 次の行列の固有値 λ と固有ベクトル \mathbf{x} を求めよ.

$$(1) \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$(2) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 8 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(3) \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$(4) \quad A = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$$

$$(5) \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$(6) \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

0 解答 :

1 (1) $\lambda = 5, 1$. $\lambda = 5$ のとき $\mathbf{x} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $c_1 \neq 0$. $\lambda = 1$ のとき $\mathbf{x} = c_2 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $c_2 \neq 0$.

(2) $\lambda = 5, -3$. $\lambda = 5$ のとき $\mathbf{x} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $c_1 \neq 0$. $\lambda = -3$ のとき $\mathbf{x} = c_2 \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $c_2 \neq 0$.

(3) $\lambda = 4, -3$. $\lambda = 4$ のとき $\mathbf{x} = c_1 \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$, $c_1 \neq 0$. $\lambda = -3$ のとき $\mathbf{x} = c_2 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $c_2 \neq 0$.

(4) $\lambda = 4, -5$. $\lambda = 4$ のとき $\mathbf{x} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $c_1 \neq 0$. $\lambda = -5$ のとき $\mathbf{x} = c_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $c_2 \neq 0$.

(5) $\lambda = 2$ (重解). $\lambda = 2$ のとき $\mathbf{x} = c \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $c \neq 0$.

(6) $\lambda = 3$ (重解). $\lambda = 3$ のとき $\mathbf{x} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $(c_1, c_2) \neq (0, 0)$.