

1 次の行列 A を対角化せよ.

$$(1) A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (2) A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$$

2 n を自然数とする. 次の行列 A のべき乗 A^n を計算せよ. ただし, (2), (3) については, 問題 1 で求めた行列の対角化を利用して計算しても良い.

$$(1) A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (2) A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (3) A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$$

⁰解答: 1 (1) $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ とおけば, $P^{-1}AP = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ (2) $P = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ とおけば, $P^{-1}AP = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

2 (1) $A^n = \begin{pmatrix} 3^n & 0 \\ 0 & (-1)^n \end{pmatrix}$ (2) $A^n = \begin{pmatrix} 2^n & 0 \\ -1 + 2^n & 1 \end{pmatrix}$ (3) $A^n = \begin{pmatrix} 2^{n+1} - 3^n & -2^{n+1} + 2 \cdot 3^n \\ 2^n - 3^n & -2^n + 2 \cdot 3^n \end{pmatrix}$