

1 3 次行列  $A$  の行列式  $|A|$  の値が 2 のとき, 次の値を求めよ. ただし  ${}^tA$  は  $A$  の転置行列を表す. (各 1 点)

$$(1) |A^{-1}| = |A|^{-1} = \frac{1}{2}$$

$$(2) |{}^tA| = |A| = 2$$

$$(3) |-A| = (-1)^3|A| = -|A| = -2$$

$$(4) |A^6 \cdot ({}^tA)^4 \cdot A^{-5}| = |A|^6 \cdot |{}^tA|^4 \cdot |A^{-1}|^5 = 2^6 \cdot 2^4 \cdot 2^{-5} = 2^{6+4-5} = 2^5 = 32$$

ポイント!

$n$  次行列  $A, B$  に対し,

- $|AB| = |A||B|$
- $|{}^tA| = |A|$
- $A$  が逆行列を持たない  $\iff |A| = 0$
- $|A^k| = |A|^k$
- $|A| \neq 0$  のとき,  $|A^{-1}| = 1/|A|$
- $|-A| = (-1)^n|A|$

2 次の行列式を計算せよ. (3 点)

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 3 & -3 & 5 \\ -3 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & -3 & 3 \\ 4 & 5 & -2 & 5 \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{①}+3\times\text{③}} \begin{vmatrix} -7 & 3 & -3 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -6 & -1 & -3 & 3 \\ -2 & 5 & -2 & 5 \end{vmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{②で展開}} 1 \times \left( - \begin{vmatrix} -7 & 3 & 5 \\ -6 & -1 & 3 \\ -2 & 5 & 5 \end{vmatrix} \right) \xrightarrow{\text{①}+3\times\text{②}, \text{③}+5\times\text{②}} \begin{vmatrix} -25 & 0 & 14 \\ -6 & -1 & 3 \\ -32 & 0 & 20 \end{vmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{②で展開}} -(-1) \begin{vmatrix} -25 & 14 \\ -32 & 20 \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{②}-\text{①}} \begin{vmatrix} -25 & 14 \\ -7 & 6 \end{vmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{①}+\text{②}} \begin{vmatrix} -11 & 14 \\ -1 & 6 \end{vmatrix} = (-11) \times 6 - 14 \times (-1) = -52$$

ポイント!

行列式の計算は行または列の基本変形を用いて 0 成分を増やした後に 0 をたくさん含む行または列において展開する.