代数学序論, 第6回演習問題

2020/6/15 担当：那須

$\boxed{1}$ $p=7$ と $p=11$ の場合に任意の整数 r $(0<r<p)$ に対し,

$$\frac{p!}{r!(p-r)!} \equiv 0 \pmod p$$

が成り立つことを確認せよ.

$\boxed{2}$ 次を計算せよ.

(1) $3^{100} \mod 7$

(2) $2^{100} \mod 19$

(3) $4^{1000} \mod 23$

(4) $5^{10000} \mod 101$

(5) $6^{100} \mod 31$

(6) $7^{20} \mod 41$

(7) $8^{100} \mod 43$

(8) $9^{1000} \mod 47$

(9) $10^{2020} \mod 2017$ (ヒント：2017 は素数です！)

(10) $2^{2020} \mod 2027$ (ヒント：2027 は素数です！)

[1]解答：

$\boxed{1}$ 等式の左辺は二項係数 $\binom{p}{r}$ に等しい. $p=7$ のとき $\binom{7}{r}=7,21,35,35,21,7$ $(r=1,2,3,4,5,6)$ となりすべて 7 で割り切れる. $p=11$ のとき $\binom{11}{r}=11,55,165,330,462,462,330,165,55,11$ $(r=1,2,\ldots,10)$ となりすべて 11 で割り切れる.

$\boxed{2}$ (1) 4 (2) 17 (3) 6 (4) 1 (5) 25
(6) 40 (7) 21 (8) 16 (9) 1932 (10) 1932

[1]※この講義に関する情報はホームページを参照. http://fuji.ss.u-tokai.ac.jp/nasu/2020/alg0.html