

自然数 n と整数 a に対し, a を含む (a が代表する) \mathbb{Z} の剰余類

$$\{x \in \mathbb{Z} \mid x \equiv a \pmod{n}\}$$

を記号 $R(a)$ で表し, n を法とする \mathbb{Z} の剰余類環を $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ で表す.

- 1 (1) $\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}$ と (2) $\mathbb{Z}/7\mathbb{Z}$ の積に関する演算表をそれぞれ計算せよ.

(1)

×	0	1	2	3	4	5
0						
1						
2						
3						
4						
5						

(2)

×	0	1	2	3	4	5	6
0							
1							
2							
3							
4							
5							
6							

- 2 $\mathbb{Z}/31\mathbb{Z}$ の次の剰余類の代表元 x を $0 \leq x < 31$ の範囲で求めよ.

(1) $R(100)$ (2) $R(-25)$ (3) $R(-300)$

- 3 次を計算せよ.

- (1) $314159 \times 271828 \pmod{11}$
 (2) $36^{1000} \pmod{7}$
 (3) $2^8 \pmod{17}$
 (4) $2^{100} \pmod{17}$
 (5) $10^{10000} \pmod{13}$ (ヒント: $1001 = 7 \times 11 \times 13$)
 (6) $10^{10000} \pmod{101}$ (ヒント: $9999 = 9 \times 11 \times 101$)
 (7) $10^{10000} \pmod{73}$ (ヒント: $10001 = 73 \times 137$)

- 4 自然数 n と整数 a, b に対し, 次が同値であることを示せ.

- (1) $b \equiv a \pmod{n}$.
 (2) $b \in R(a)$.
 (3) $R(b) = R(a)$

¹解答:

1 (1)
$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 2 & 4 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 0 & 3 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 2 & 0 & 4 & 2 \\ 0 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$
 (2)
$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 0 & 2 & 4 & 6 & 1 & 3 & 5 \\ 0 & 3 & 6 & 2 & 5 & 1 & 4 \\ 0 & 4 & 1 & 5 & 2 & 6 & 3 \\ 0 & 5 & 3 & 1 & 6 & 4 & 2 \\ 0 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

- 2 (1) 7 (2) 6 (3) 10

- 3 (1) 4 (2) 1 (3) 1 (4) 16 (5) 3 (6) 1 (7) 1

- 4 略