

学籍番号 氏名 点数 

- 問題用紙は1枚, 裏表合わせて全部で6問ある. 解答は問題用紙の余白に書くこと.
- 答えには下線を引くなどし, わかりやすくすること. 途中の式や論理を欠いた解答, 字の粗末な解答, 答えがどれか判別つかない解答は, 減点の対象になる場合がある.

1 次の行列式を計算せよ.

$$(1) \begin{vmatrix} 13 & -21 \\ 3 & -5 \end{vmatrix}$$

$$(2) \begin{vmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & -2 \\ -2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$(3) \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

2 次の各ベクトルの組の1次独立性について判定せよ. (答えのみで良い.)

$$(1) \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -10 \\ 5 \end{pmatrix} \right\} \quad (2) \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \quad (3) \left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}$$

解答) (1) \_\_\_\_\_ (2) \_\_\_\_\_ (3) \_\_\_\_\_

3 行列  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  の行列式  $|A|$  の値, および逆行列  $A^{-1}$  を求めよ.

4 行列  $A = \begin{pmatrix} a & 1 & a \\ a & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$  が逆行列を持たないような定数  $a$  の値を 全て 求めよ.

5 (1) 行列  $A = \begin{pmatrix} 5 & -6 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$  の固有値  $\lambda$  を全て求めよ.

(2) (1) の  $A$  を対角化せよ. なお答えは, 「 $P = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$  のとき,  $P^{-1}AP = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$  となる」の形で答えること.

(3) 自然数  $n$  に対し,  $A^n$  を求めよ.

6 (1) 行列  $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$  の固有値  $\lambda$  を全て求めよ.

(2) (1) の  $A$  を対角化せよ. なお答えは, 「 $P = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$  のとき,  $P^{-1}AP = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$  となる」の形で答えること.