

1 次の式を計算せよ.

$$(1) \quad 3 \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} - 4 \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + 5 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(2) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \text{ のとき, } (-3A + 5B - C) - 2(-2A + 2B - C)$$

2 次の a_{ij} ($1 \leq i \leq 2, 1 \leq j \leq 3$) を (i, j) 成分にもつ 2×3 行列 $A = (a_{ij})$ を書け.

$$(1) \quad a_{ij} = i - 2j \quad (2) \quad a_{ij} = i^2 + j^2,$$

3 次の行列の積を計算せよ. ただし, 積が定義されないときは「定義されない」と答えよ.

$$(1) \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix} \quad (2) \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (3) \quad \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 0 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$(4) \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 9 \end{pmatrix} \quad (5) \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 & -4 \end{pmatrix} \quad (6) \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -4 & 5 & -6 \\ 7 & -8 & 9 \end{pmatrix}$$

4 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ のとき, $A^3 + A^2 + A + E$ を求めよ. ただし, E は 2 次の単位行列とする.

⁰解答:

$$1 \quad (1) \quad \begin{pmatrix} 8 & -6 \\ -11 & 8 \\ -6 & -5 \end{pmatrix} \quad (2) \quad (-3A + 5B - C) - 2(-2A + 2B - C) = A + B + C = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$2 \quad (1) \quad A = \begin{pmatrix} -1 & -3 & -5 \\ 0 & -2 & -4 \end{pmatrix} \quad (2) \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 10 \\ 5 & 8 & 13 \end{pmatrix}$$

$$3 \quad (1) \quad \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 4 \\ 1 & -5 & 1 \end{pmatrix} \quad (2) \quad \begin{pmatrix} 5 & -1 \end{pmatrix} \quad (3) \quad \text{定義されない.} \quad (4) \quad -32 \quad (5) \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 & -4 \\ 3 & 1 & -4 \\ 27 & 9 & -36 \end{pmatrix} \quad (6) \quad \begin{pmatrix} 3 & -3 & 3 \\ 8 & -10 & 12 \\ -3 & 3 & -3 \end{pmatrix}$$

$$4 \quad \text{Hamilton-Cayley の定理より } A^2 + E = O. \text{ したがって } A^3 + A^2 + A + E = (A^2 + E)(A + E) = O(A + E) = O \left(= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right)$$

⁰※この講義に関する情報はホームページを参照. <http://fuji.ss.u-tokai.ac.jp/nasu/2019/lasc.html>