

- 解答は別紙「解答用紙」に記入せよ.

問 1. ベクトル $\mathbf{a} = (2, 1, -2)$, $\mathbf{b} = (-1, 1, -6)$ に対して、以下を求めよ。

- (1) $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ (2) $2\mathbf{a} - \mathbf{b}$ (3) $|\mathbf{b}|$ (4) $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ (5) $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$

問 2. 次の方程式を求めよ。

- (1) xy 平面内の 2 点 $(3, 2)$, $(-6, 8)$ を通る直線の方程式
 (2) xyz 空間内の点 $(-1, 3, -3)$ を通り、 $(4, 5, 6)$ を法線ベクトルとする平面の方程式
 (3) xyz 空間内の点 $(-1, -2, -8)$ を通り、 $(2, 5, 6)$ を方向ベクトルとする直線の方程式
 (4) xyz 空間内の 3 点 $(1, 2, 3)$, $(2, 3, 1)$, $(3, 1, 3)$ を通る平面の方程式

問 3. 行列 $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 12 & 5 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ -2 & 1 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$ に対して、以下の行列演算が可能ならば演算で得られる行列を求め、演算不可ならばその理由を述べよ。

- (1) $A + B$ (2) AB (3) AC (4) AD (5) CD

問 4. 次の行列の階数を求めよ。

- (1) $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 14 \\ 0 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & -2 & -6 \end{pmatrix}$ (2) $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 11 & 4 \\ 3 & -5 & 21 & 8 \\ -1 & 2 & -8 & -3 \end{pmatrix}$ (3) $\begin{pmatrix} 1 & -3 & -1 & -9 \\ 3 & -5 & 1 & -16 \\ -1 & 2 & 0 & 7 \end{pmatrix}$

問 5. 次の連立 1 次方程式の,

- (a) 拡大係数行列を書き,
 (b) 解を求めよ。

ただし、解が存在しない時には「解なし」と答えること。

- (1) $\begin{cases} x - 2y + 3z = 14 \\ -y + 2z = 8 \\ -2z = -6 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x - 3y + 11z = 4 \\ 3x - 5y + 21z = 8 \\ -x + 2y - 8z = -3 \end{cases}$ (3) $\begin{cases} x - 3y - z = -9 \\ 3x - 5y + z = -16 \\ -x + 2y = 7 \end{cases}$

2018 年度春学期・工科の線形代数 1(EM 月 3) 中間試験 (解答)

問 1. (各 5 点)

(1) $\mathbf{a} + \mathbf{b} = (1, 2, -8)$

(2) $2\mathbf{a} - \mathbf{b} = (5, 1, 2)$

(3) $|\mathbf{b}| = \sqrt{38}$

(4) $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 11$

(5) $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = (-4, 14, 3)$

問 2. (各 5 点)

(1) $y = -\frac{2}{3}x + 4$ または $2x + 3y - 12 = 0$ など

(2) $4(x + 1) + 5(y - 3) + 6(z + 3) = 0$ または $4x + 5y + 6z + 7 = 0$ など

(3) $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{5} = \frac{z+8}{6}$ など

(4) $2x + 4y + 3z = 19$ など

問 3. (各 5 点)

(1) $A + B = \begin{pmatrix} 20 & 9 \\ 12 & 4 \end{pmatrix}$

(2) $AB = \begin{pmatrix} 123 & 45 \\ -12 & -5 \end{pmatrix}$

(3) $AC = \begin{pmatrix} 9 & 10 & 11 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

(4) A の列数 (= 2) と D の行数 (= 3) が異なるので演算不可

(5) $CD = \begin{pmatrix} 2 & 27 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

問 4. (各 5 点)

(1) 3

(2) 2

(3) 3

問 5. (各 5 点)

(1) (a) $\tilde{A} = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 3 & 14 \\ 0 & -1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & -2 & -6 \end{array} \right)$ (b) $x = 1, y = -2, z = 3$

(2) (a) $\tilde{A} = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 11 & 4 \\ 3 & -5 & 21 & 8 \\ -1 & 2 & -8 & -3 \end{array} \right)$ (b) $x = 1 - 2t, y = -1 + 3t, z = t$ (t は任意)

(3) (a) $\tilde{A} = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & -1 & -9 \\ 3 & -5 & 1 & -16 \\ -1 & 2 & 0 & 7 \end{array} \right)$ (b) 解なし