

線形代数 1, 期末試験問題&解答用紙

2018/7/16 担当: 那須

学生証番号

氏名

点数

- 問題用紙は1枚, 裏表合わせて6問ある. **解答は問題用紙の余白に書くこと.**
- 答えには下線を引くなどし, わかりやすくすること. 途中計算の無い解答, 字の粗末な解答, 答えがどれか判別つかない解答は, 減点の対象になる場合がある.

1] 次の行列式を計算せよ.

$$(1) \begin{vmatrix} -23 & -56 \\ 3 & 10 \end{vmatrix}$$

$$(2) \begin{vmatrix} -3 & 1 & 2 \\ 3 & -2 & 1 \\ 3 & 1 & -4 \end{vmatrix}$$

$$(3) \begin{vmatrix} 101 & 102 & 105 \\ 100 & 102 & 103 \\ 101 & 103 & 104 \end{vmatrix}$$

$$(4) \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & -1 & 3 \\ -2 & 2 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

2] 4次行列 $A = (a_{ij})$ の行列式は $|A| = \sum_I \text{sgn}(I) a_{1i_1} a_{2i_2} a_{3i_3} a_{4i_4}$ により定義される. ただし

\sum_I は1から4の順列 $I = (i_1, i_2, i_3, i_4)$ (すなわち集合として $\{i_1, i_2, i_3, i_4\} = \{1, 2, 3, 4\}$ が成り立つ) に関する和を表し, $\text{sgn}(I)$ は順列 I の符号を表す.

(1) 順列 I が $I = (2, 3, 4, 1)$ のとき, 順列の符号 $\text{sgn}(I)$ を求めよ.

(2) 前問の順列 I と $A = \begin{pmatrix} a & b & f & 1 \\ c & e & 2 & 7 \\ d & 3 & 6 & 8 \\ 4 & 5 & 9 & 10 \end{pmatrix}$ に対し, $\text{sgn}(I) a_{1i_1} a_{2i_2} a_{3i_3} a_{4i_4}$ を計算せよ.

3] 行列 $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & a-3 \\ -1 & a-2 & 1 \\ a+2 & 2 & -2 \end{pmatrix}$ が逆行列を持たないような定数 a の値を全て求めよ.

- 4 (1) 行列 $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 2 & -2 & 5 \\ 3 & 3 & -1 \end{pmatrix}$ の (i, j) 余因子 Δ_{ij} ($1 \leq i, j \leq 3$) を計算し, それを (i, j) 成分とする行列 $B = (\Delta_{ij})$ を書け.

(2) A の行列式 $|A|$ の値を求めよ.

(3) A の逆行列 A^{-1} を求めよ.

- 5 次の行列式を因数分解せよ.

$$(1) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & b \\ 1 & a^2 & b^2 \end{vmatrix}$$

$$(2) \begin{vmatrix} a & b & a \\ 2a & a+b & 2b \\ 3a & a+2b & 3b \end{vmatrix}$$

- 6 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ と $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 3 & 5 & 7 \\ 5 & 7 & 11 \end{pmatrix}$ に対し, 積 AB の行列式 $|AB|$ の値を求めよ.