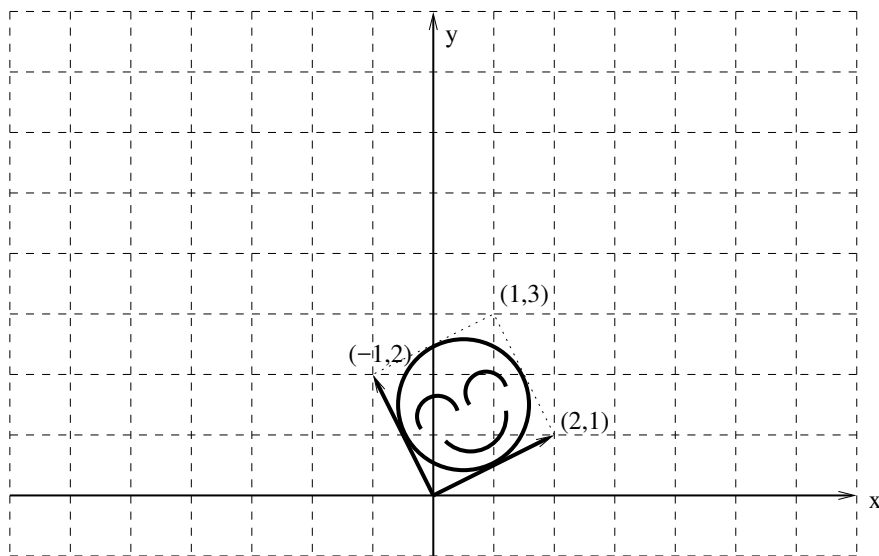


- 1 2次正方行列  $A$  が  $A \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$  かつ  $A \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$  を満たすとする. このとき  $A$  の定める写像  $T: \mathbf{x} \mapsto A\mathbf{x}$  により、下の図形 (ニコニコマーク) はどのような図形に写されるか? 概形を描け.



- 2 行列  $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$  に対し、以下の問に答えよ.

- (1)  $A$  の固有多項式  $\Phi_A(\lambda)$  を計算し、 $A$  の固有値  $\lambda$  を全て求めよ.  
 (2) (1) で求めた固有値に対し、固有ベクトル  $\mathbf{x}$  を求めよ.

- 3 次の行列  $A$  に対し、固有値  $\lambda$  と固有ベクトル  $\mathbf{x}$  を求めよ.

(1)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 8 & 1 \end{pmatrix}$       (2)  $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$       (3)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 3 \end{pmatrix}$

<sup>0</sup>解答：1 略    2 (1)  $\Phi_A(\lambda) = \lambda^2 - 6\lambda + 5$ ,  $\lambda = 5, 1$ . (2)  $\lambda = 5$  のとき  $\mathbf{x} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $c_1 \neq 0$ .  $\lambda = 1$  のとき  $\mathbf{x} = c_2 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $c_2 \neq 0$ .    3 (1)  $\lambda = 5, -3$ .  $\lambda = 5$  のとき  $\mathbf{x} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ ,  $c_1 \neq 0$ .  $\lambda = -3$  のとき  $\mathbf{x} = c_2 \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ ,  $c_2 \neq 0$ . (2)  $\lambda = 4, -3$ .  $\lambda = 4$  のとき  $\mathbf{x} = c_1 \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$ ,  $c_1 \neq 0$ .  $\lambda = -3$  のとき  $\mathbf{x} = c_2 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $c_2 \neq 0$ . (3)  $\lambda = 5, 1, 0$ .  $\lambda = 5$  のとき  $\mathbf{x} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 11 \end{pmatrix}$ ,  $c_1 \neq 0$ .  $\lambda = 1$  のとき  $\mathbf{x} = c_2 \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $c_2 \neq 0$ .  $\lambda = 0$  のとき  $\mathbf{x} = c_3 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $c_3 \neq 0$ .

<sup>0</sup>※この講義に関する情報はホームページを参照. <http://fuji.ss.u-tokai.ac.jp/nasu/2017/lasp.html>