線形代数 (SP), 第 1 回演習問題

2017/10/2 担当：那須

$\boxed{1}$ 次の式を計算せよ.

(1) $3\begin{pmatrix}1&2\\2&1\\1&1\end{pmatrix}-4\begin{pmatrix}0&3\\3&0\\1&2\end{pmatrix}+5\begin{pmatrix}1&0\\-1&1\\-1&0\end{pmatrix}$

(2) $A=\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}1&3\\2&3\end{pmatrix}$ のとき, $(-3A+5B-C)-2(-2A+2B-C)$

$\boxed{2}$ 次の a_{ij} $(1\le i\le 2, 1\le j\le 3)$ を (i,j) 成分にもつ 2×3 行列 $A=(a_{ij})$ を書け.

(1) $a_{ij}=i-2j$ (2) $a_{ij}=i^2+j^2$,

$\boxed{3}$ 次の行列の積を計算せよ. ただし, 積が定義されないときは「定義されない」と答えよ.

(1) $\begin{pmatrix}1&0\\2&1\\-1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&2&1\\1&-3&2\end{pmatrix}$ (2) $\begin{pmatrix}0&1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&2\\3&-1\\1&0\end{pmatrix}$ (3) $\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-2&3&1\\0&3&4\end{pmatrix}$

(4) $\begin{pmatrix}3&1&-4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\9\end{pmatrix}$ (5) $\begin{pmatrix}1\\1\\9\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3&1&-4\end{pmatrix}$ (6) $\begin{pmatrix}0&1&1\\1&0&1\\1&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-2&3\\-4&5&-6\\7&-8&9\end{pmatrix}$

$\boxed{4}$ $A=\begin{pmatrix}1&-2\\1&-1\end{pmatrix}$ のとき, A^3+A^2+A+E を求めよ. ただし, E は 2 次の単位行列とする.

---

[0]解答：

$\boxed{1}$ (1) $\begin{pmatrix}8&-6\\-11&8\\-6&-5\end{pmatrix}$ (2) $(-3A+5B-C)-2(-2A+2B-C)=A+B+C=\begin{pmatrix}2&5\\3&4\end{pmatrix}$

$\boxed{2}$ (1) $A=\begin{pmatrix}-1&-3&-5\\0&-2&-4\end{pmatrix}$ (2) $A=\begin{pmatrix}2&5&10\\5&8&13\end{pmatrix}$

$\boxed{3}$ (1) $\begin{pmatrix}0&2&1\\1&1&4\\1&-5&1\end{pmatrix}$ (2) $\begin{pmatrix}5&-1\end{pmatrix}$ (3) 定義されない. (4) -32 (5) $\begin{pmatrix}3&1&-4\\3&1&-4\\27&9&-36\end{pmatrix}$ (6) $\begin{pmatrix}3&-3&3\\8&-10&12\\-3&3&-3\end{pmatrix}$

$\boxed{4}$ Hamilton-Cayley の定理より $A^2+E=O$. したがって $A^3+A^2+A+E=(A^2+E)(A+E)=O(A+E)=O\left(=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right)$

[0]※この講義に関する情報はホームページを参照. http://fuji.ss.u-tokai.ac.jp/nasu/2017/lasp.html