工科の線形代数1, 中間試験直前演習

2017/5/15 工学部・電気電子工学科

問 1. ベクトル $\mathbf{a} = (3, 1, -2)$, $\mathbf{b} = (2, -3, 1)$ に対して、以下を求めよ。

(1) $\mathbf{a} + \mathbf{b}$　(2) $2\mathbf{a} - \mathbf{b}$　(3) $|\mathbf{b}|$　(4) $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$　(5) $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$

問 2. 次の方程式を求めよ。

(1) xy 平面内の 2 点 $(4, -5), (2, 3)$ を通る直線の方程式

(2) xyz 空間内の点 $(2, 1, 5)$ を通り、$(2, -3, 7)$ を法線ベクトルとする平面の方程式

(3) xyz 空間内の点 $(1, -2, 1)$ を通り、$(-3, 1, 4)$ を方向ベクトルとする直線の方程式

(4) xyz 空間内の 3 点 $(1, 2, 3), (-1, -2, 3), (3, 2, 1)$ を通る平面の方程式

問 3. 行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ に対して、以下の行列演算が可能ならば演算で得られる行列を求め、演算不可ならばその理由を述べよ。

(1) $A + B$　(2) $B - A$　(3) AC　(4) BD　(5) DC

問 4. 次の行列の階数を求めよ。

(1) $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & -3 & -2 & -4 \\ 3 & 2 & 10 & 7 \end{pmatrix}$　(2) $\begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 & -3 \\ 2 & -4 & 2 & 6 \\ 3 & -6 & 3 & 9 \end{pmatrix}$　(3) $\begin{pmatrix} -1 & 6 & 1 & 4 \\ 2 & -10 & -1 & -7 \\ 3 & -2 & 5 & -5 \end{pmatrix}$

問 5. 次の連立 1 次方程式を解け。

(1) $\begin{cases} 2x + y + z = 4 \\ -x + y + 2z = 15 \\ -2x + y + 2z = 17 \end{cases}$　(2) $\begin{cases} x + 2y + 4z = -1 \\ -x + y + 5z = -2 \\ 2x - y - 7z = 3 \end{cases}$　(3) $\begin{cases} 3x + 9y + 6z = 4 \\ -x + y + 2z = 6 \\ -3x - 2y + z = 9 \end{cases}$

---

[0]略解：

問 1. (1) $(5, -2, -1)$　(2) $(4, 5, -5)$　(3) $\sqrt{14}$　(4) 1　(5) $(-5, -7, -11)$

問 2. (1) $y = -4x + 11$　(2) $2x - 3y + 7z - 36 = 0$　(3) $\dfrac{x-1}{-3} = y + 2 = \dfrac{z-1}{4}$　(4) $2x - y + 2z - 6 = 0$

問 3. (1) $\begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$　(2) $\begin{pmatrix} 2 & 9 \\ -5 & 1 \end{pmatrix}$　(3) $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 5 \\ 13 & 9 & 3 \end{pmatrix}$　(4) 定義されない. (B の列数と D の行数が異なるため)

(5) $\begin{pmatrix} 11 & 8 & 1 \\ -2 & -1 & -2 \\ 5 & 4 & -1 \end{pmatrix}$

問 4. (1) 2　(2) 1　(3) 3

問 5. (1) $x = -2, y = 3, z = 5$　(2) $x = 1 + 2t$, $y = -1 - 3t$, $z = t$ (t は任意)　(3) 解なし (拡大係数行列と係数行列の階数が異なるため)