2017 年度春学期・工科の線形代数 1(EI 月 2) 中間試験

注意： 別紙の解答用紙のみを回収する。

問 1. ベクトル $\mathbf{a} = (2, 1, -2)$, $\mathbf{b} = (-1, 1, -6)$ に対して、以下を求めよ。(各 2 点)

(1) $\mathbf{a} + \mathbf{b}$　(2) $2\mathbf{a} - \mathbf{b}$　(3) $|\mathbf{b}|$　(4) $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$　(5) $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$

問 2. 次の方程式を求めよ。(各 2 点)

(1) xy 平面内の 2 点 $(3, 2), (-6, 8)$ を通る直線の方程式

(2) xyz 空間内の点 $(-1, 3, -3)$ を通り、$(4, 5, 6)$ を法線ベクトルとする平面の方程式

(3) xyz 空間内の点 $(-1, -2, -8)$ を通り、$(2, 5, 6)$ を方向ベクトルとする直線の方程式

(4) xyz 空間内の原点 $O(0, 0, 0)$ を通り、2 つの直線 $\dfrac{x-5}{10} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+3}{8}$ と $\dfrac{x+4}{9} = \dfrac{y+2}{3} = \dfrac{z-3}{6}$ の両方と交わらない平面の方程式

問 3. 行列 $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 12 & 5 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ -2 & 1 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$ に対して、以下の行列演算が可能ならば演算で得られる行列を求め、演算不可ならばその理由を述べよ。(各 2 点)

(1) $A + B$　(2) AB　(3) AC　(4) AD　(5) CD

問 4. 次の行列の階数を求めよ。(各 2 点)

(1) $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 & 4 \\ -6 & 0 & 5 & -7 \\ 3 & 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$　(2) $B = \begin{pmatrix} 1 & 6 & -2 & -5 \\ 1 & 6 & -1 & -1 \\ -2 & -9 & 4 & 12 \end{pmatrix}$　(3) $C = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 & 21 \\ -2 & -3 & -6 & -19 \\ 2 & 1 & -2 & 9 \end{pmatrix}$

問 5. 次の連立 1 次方程式に対して、(a) 拡大係数行列 (拡張行列) を求め、(b) 解を求めよ。(各 1 点)

(1) $\begin{cases} 3x + y - 2z = 4 \\ -6x + 5z = -7 \\ 3x + 3y - z = 2 \end{cases}$　(2) $\begin{cases} x + 6y - 2z = -5 \\ x + 6y - z = -1 \\ -2x - 9y + 4z = 12 \end{cases}$　(3) $\begin{cases} 3x + 3y + 3z = 21 \\ -2x - 3y - 6z = -19 \\ 2x + y - 2z = 9 \end{cases}$

2017 年度春学期・工科の線形代数 1(EI 月 2) 中間試験 (解答)

問 1. (各 2 点 $\times 5 = 10$ 点)

(1) $\mathbf{a}+\mathbf{b} = (1, 2, -8)$　(2) $2\mathbf{a}-\mathbf{b} = (5, 1, 2)$　(3) $|\mathbf{b}| = \sqrt{38}$

(4) $\mathbf{a}\cdot\mathbf{b} = 11$　(5) $\mathbf{a}\times\mathbf{b} = (-4, 14, 3)$

問 2. (各 2 点 $\times 4 = 8$ 点)

(1) $y = -\dfrac{2}{3}x + 4$ または $2x + 3y - 12 = 0$ など

(2) $4(x+1) + 5(y-3) + 6(z+3) = 0$ または $4x + 5y + 6z + 7 = 0$ など

(3) $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y+2}{5} = \dfrac{z+8}{6}$ など

(4) $x - y - z = 0$ または $-12x + 12y + 12z = 0$ など

問 3. (各 2 点 $\times 5 = 10$ 点)

(1) $A + B = \begin{pmatrix} 20 & 9 \\ 12 & 4 \end{pmatrix}$　(2) $AB = \begin{pmatrix} 123 & 45 \\ -12 & -5 \end{pmatrix}$　(3) $AC = \begin{pmatrix} 9 & 10 & 11 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

(4) A の列数 $(= 2)$ と D の行数 $(= 3)$ が異なるので演算不可　(5) $CD = \begin{pmatrix} 2 & 27 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

問 4. (各 2 点 $\times 3 = 6$ 点)

(1) $\operatorname{rank} A = 3$　(2) $\operatorname{rank} B = 3$　(3) $\operatorname{rank} C = 2$

問 5. (各 1 点 $\times 2 \times 3 = 6$ 点)

(1) (a) $[A|\mathbf{b}] = \left(\begin{array}{rrr|r} 3 & 1 & -2 & 4 \\ -6 & 0 & 5 & -7 \\ 3 & 3 & -1 & 2 \end{array}\right)$　(b) 解なし

(2) (a) $[A|\mathbf{b}] = \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 6 & -2 & -5 \\ 1 & 6 & -1 & -1 \\ -2 & -9 & 4 & 12 \end{array}\right)$　(b) $\begin{cases} x = -1 \\ y = \frac{2}{3} \\ z = 4 \end{cases}$

(3) (a) $[A|\mathbf{b}] = \left(\begin{array}{rrr|r} 3 & 3 & 3 & 21 \\ -2 & -3 & -6 & -19 \\ 2 & 1 & -2 & 9 \end{array}\right)$　(b) $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 5 - 4t \\ z = t \end{cases}$ (t：任意)

2017 年度春学期・工科の線形代数 1(EI 月 2)・中間試験解答用紙

学籍番号		氏名		点数	

問 1.

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	

問 2.

(1)	(2)
(3)	(4)

問 3.

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	

問 4.

(1)	(2)	(3)

問 5.

(1) (a)	(b)

(2) (a)	(b)

(3) (a)	(b)