

学生証番号

--	--	--	--	--	--	--	--

氏名

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

点数

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

1 (1) $f: V \rightarrow W$ をベクトル空間 V からベクトル空間 W への写像とする. f が線形写像であるための必要充分条件を書け. (1点)

(i)

(ii)

(2) 線形写像 $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ を,

$$f(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}, \quad A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x} \in \mathbb{R}^2$$

により定める. 次のベクトル \mathbf{x} に対し, 像 $f(\mathbf{x})$ を求めよ. (各1点)

(a) $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

(b) $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

(3) 次の写像 f が線形写像かどうか, 理由も付して答えよ. (各問について, 線形写像かどうか1点, 理由まで含めて正解で2点)

(a) $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $f(x, y) = (3x, 4y)$

(b) $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $f(x, y) = (2x + 3y, -x + 4y, 5x - 2y)$

(c) $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $f(x, y) = (x + 1, y - 1)$

(d) $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, f は原点 $\mathbf{0}$ の周りの角度 θ の回転