# 線形代数 2, 第 12 回小テスト解答

2017/11/23 担当：那須

$\boxed{1}$ 線形写像 $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ が, $f\left(\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \end{pmatrix}$, $f\left(\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$ を満たすとき, 次を求めよ. (1 点)

$$f\left(-2\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + 3\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}\right) = -2f\left(\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}\right) + 3f\left(\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}\right) = -2\begin{pmatrix} 7 \\ 8 \end{pmatrix} + 3\begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -20 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$\boxed{2}$ $V$ と $W$ をベクトル空間とし, それぞれの基底を $\{\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n\}$, $\{\mathbf{y}_1, \ldots, \mathbf{y}_m\}$ とする. 線形写像 $f : V \to W$ に対し, 基底 $\{\mathbf{x}_i\}$, $\{\mathbf{y}_j\}$ に関する $f$ の表現行列の定義式を書け. (1 点)

**解答)**

$$(f(\mathbf{x}_1), \ldots, f(\mathbf{x}_n)) = (\mathbf{y}_1, \ldots, \mathbf{y}_m)A$$

を満たす行列 $A$ のことをいう.

$\boxed{3}$ $\mathbb{R}[x]_n$ を $n$ 次以下の $\mathbb{R}$ 係数多項式のなすベクトル空間とする. 線形写像 $T : \mathbb{R}[x]_4 \to \mathbb{R}[x]_3$ を, 多項式の微分

$$T(f(x)) = f'(x), \quad f(x) \in \mathbb{R}[x]_4$$

により定める. (各 1 点)

(1) $T(x^4)$,$T(x^3)$,$T(x^2)$,$T(x)$,$T(1)$ を求めよ.

**解答)**

$$\begin{aligned} T(x^4) &= (x^4)' = 4x^3 \\ T(x^3) &= (x^3)' = 3x^2 \\ T(x^2) &= (x^2)' = 2x \\ T(x) &= (x)' = 1 \\ T(1) &= (1)' = 0 \end{aligned}$$

(2) $\mathbb{R}[x]_4$ の基底 $\{1, x, x^2, x^3, x^4\}$ と $\mathbb{R}[x]_3$ の基底 $\{1, x, x^2, x^3\}$ に関する $T$ の表現行列を求めよ.

**解答)**

$$\big(T(1), T(x), T(x^2), T(x^3), T(x^4)\big) = (1, x, x^2, x^3)\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

より, 求める表現行列は $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$

[1]※この講義に関する情報はホームページを参照. http://fuji.ss.u-tokai.ac.jp/nasu/2017/la2.html