

学生証番号

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

氏名

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

点数

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

1 (集合と写像)

- (1) 次の写像 $f: X \rightarrow Y$ は, 全射であるか? 単射であるか? をそれぞれの場合について答えよ.

(例) $f(x) = \sqrt{x}$, $X = Y = \mathbb{R}_{\geq 0}$

(a) $f(x) = x^2 + 1$, $X = Y = \mathbb{R}_{\geq 0}$

(b) $f(x) = (-1)^x$, $X = \mathbb{Z}$, $Y = \{-1, 1\}$

(c) $f(x) = x(x-1)(x+1)$, $X = Y = \mathbb{R}$

回答欄 (なるものは○を, ならないものには×を記入せよ.)

問題	単射?	全射?
(例)	○	○
(a)		
(b)		
(c)		

- (2) 2つの写像 $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ を, $f(x) = e^x$, $g(x) = 3x$ により定める. 合成写像 $g \circ f$ の $x \in \mathbb{R}$ における値を書け.

2 2の整数冪全体からなる集合

$$G = \{2^n \mid n \in \mathbb{Z}\} = \left\{ \dots, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1, 2, 4, \dots \right\}$$

が, 乗法 (演算 \times) に関し, 群になることを示せ. ((0) 演算に関し, 閉じていること, (1) 結合法則を満たすこと, (2) 単位元が存在すること, (3) 逆元が存在すること, を示せ.)