

微分積分学 2, 期末試験問題&解答用紙

2017/7/20 担当: 那須

学生証番号

氏名

点数

- 問題用紙は 1 枚, 裏表合わせて全部で 4 問ある. **解答は問題用紙の余白に書くこと.**
- 答えには下線を引くなどし, わかりやすくすること. 途中の式や論理を欠いた解答, 字の粗末な解答, 答えがどれか判別つかない解答は, 減点の対象になる場合がある.

1 (1) 次の特異積分および無限積分を計算せよ.

(a) $\int_0^{32} \frac{1}{\sqrt[5]{x^3}} dx$

(b) $\int_0^{\infty} e^{-5x} dx$

(2) 曲線 $y = 2x^2 - 2x$ と直線 $y = 3x - 2$ で囲まれる図形の面積 S を求めよ.

2 (1) 次の関数 z の偏導関数 z_x, z_y を計算せよ.

(a) $z = \frac{1 + xy}{1 - x - y}$

(b) $z = \tan^{-1}(xy)$

(2) 関数 $z = e^{xy}$ の第 2 次偏導関数 z_{xx}, z_{xy}, z_{yy} を計算せよ.

3 (1) 関数 $z = x^2 - 5xy + 2y^2$ の $(x, y) = (1, -1)$ における接平面の方程式を求めよ.

(2) $z = \frac{x}{x-y}$, $x = \sin t$, $y = \cos t$ のとき, $z = z(t)$ に対し, 合成関数の微分法を用いて, $\frac{dz}{dt}$ を計算せよ. ただし, 結果は t の式で表すこと.

(3) $z = \log(x+y)$, $x = st$, $y = s+t$ のとき, $z = z(s, t)$ に対し, 合成関数の微分法を用いて, 偏導関数 $z_s = \frac{\partial z}{\partial s}$ と $z_t = \frac{\partial z}{\partial t}$ を計算せよ. ただし, 結果は s, t の式で表すこと.

4 (1) 陰関数表示 $y^2 - x^4 + xy + 1 = 0$ で表された関数 y について, $\frac{dy}{dx}$ を求めよ.

(2) 2変数関数 $f(x, y) = \frac{x^3}{3} + 2xy - y^2 + 1$ の極値をすべて求めよ.