

線形代数 (SP), 期末テスト準備問題

2017/1/16 担当: 那須

1 次の行列式を計算せよ.

$$(1) \begin{vmatrix} 22 & -13 \\ 3 & -4 \end{vmatrix}$$

$$(2) \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -4 & 5 & -6 \\ 9 & -8 & 7 \end{vmatrix}$$

$$(3) \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 4 & -1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$(4) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

2 次のベクトルの各組の 1 次独立性について判定せよ. (答えのみで良い.)

$$(1) \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \right\} \quad (2) \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 9 \end{pmatrix} \right\} \quad (3) \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$$

解答) (1) _____ (2) _____ (3) _____

3 $A = \begin{pmatrix} -4 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ に対し, 次の設問に答えよ.

(1) A の (i, j) 余因子 Δ_{ij} ($1 \leq i, j \leq 3$) を全て求めよ.

(2) A の行列式 $|A|$ の値を求めよ.

(3) A の逆行列 A^{-1} を求めよ.

4 次の行列 A に対し, $P^{-1}AP$ が対角行列となる正則な正方行列 P を1つ与えよ. なお答えは, 「 $P = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$ のとき, $P^{-1}AP = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$ となる」の形で答えること.

(1) $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

(2) $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -8 \\ 1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$

5 行列 $\begin{pmatrix} a-1 & 1 & 1 \\ 1 & a+1 & 1 \\ 1 & 1 & a-1 \end{pmatrix}$ が逆行列を持たないような定数 a の値を 全て 求めよ.

6 n を自然数とする. 次の行列 A に対し, A のべき乗 A^n を求めよ.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$$