

線形代数 (SP), 期末試験問題&解答用紙

2017/1/23 担当: 那須

学生証番号 氏名 点数

- 問題用紙は1枚, 裏表合わせて全部で6問ある. **解答は問題用紙の余白に書くこと.**
- 答えには下線を引くなどし, わかりやすくすること. 途中の式や論理を欠いた解答, 字の粗末な解答, 答えがどれか判別つかない解答は, 減点の対象になる場合がある.

1 次の行列式を計算せよ.

$$(1) \begin{vmatrix} 13 & 31 \\ 2 & 5 \end{vmatrix}$$

$$(2) \begin{vmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 3 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \end{vmatrix}$$

$$(3) \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 \\ -2 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 5 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

2 次の各ベクトルの組の1次独立性について判定せよ. (答えのみで良い.)

$$(1) \left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -15 \\ 5 \end{pmatrix} \right\} \quad (2) \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \quad (3) \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$$

解答) (1) _____ (2) _____ (3) _____

3 (1) 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & -4 \end{pmatrix}$ の (i, j) 余因子 Δ_{ij} ($1 \leq i, j \leq 3$) を計算し, それを (i, j) 成分とする行列 $B = (\Delta_{ij})$ を書け.

(2) A の行列式 $|A|$ の値を求めよ.

(3) A の逆行列 A^{-1} を求めよ.

4 次の行列 A に対し, $P^{-1}AP$ が対角行列となる正則な正方行列 P を1つ与えよ. なお答えは, 「 $P = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$ のとき, $P^{-1}AP = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$ となる」の形で答えること.

(1) $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

(2) $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -2 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$

5 行列 $A = \begin{pmatrix} a+1 & 1 & 1 \\ 1 & a-2 & 1 \\ 1 & 1 & a+1 \end{pmatrix}$ が逆行列を持たないような定数 a の値を 全て 求めよ.

6 行列 $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ に対し, A^n ($n = 1, 2, 3, \dots$) を求めよ.