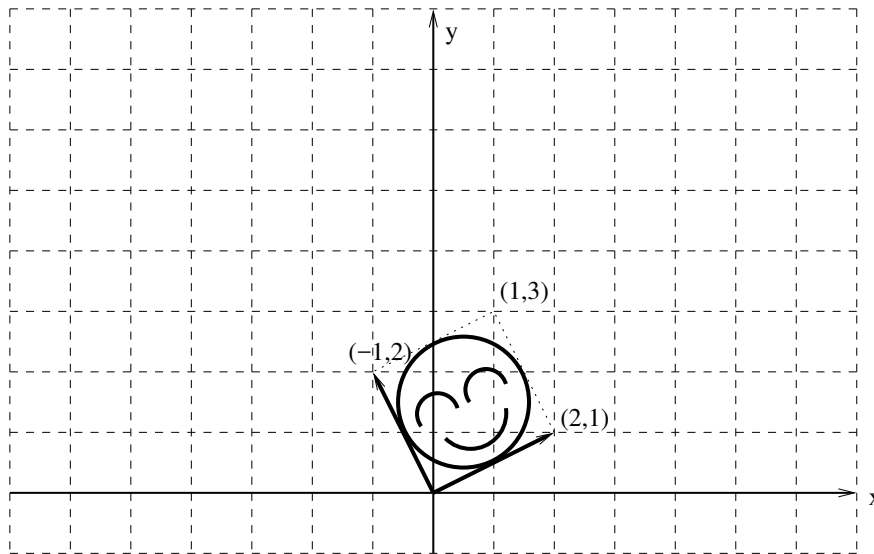


- 1 2次正方行列 A が $A \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ かつ $A \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ を満たすとする. このとき A の定める写像 $T: \mathbf{x} \mapsto A\mathbf{x}$ により、下の図形 (ニコニコマーク) はどのような図形に写されるか? 概形を描け.



- 2 行列 $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ に対し、以下の問に答えよ.

- (1) A の固有多項式 $\Phi_A(\lambda)$ を計算し、 A の固有値 λ を全て求めよ.
 (2) (1) で求めた固有値に対し、固有ベクトル \mathbf{x} を求めよ.

- 3 次の行列 A に対し、固有値 λ と固有ベクトル \mathbf{x} を求めよ.

(1) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 8 & 1 \end{pmatrix}$ (2) $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ (3) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 3 \end{pmatrix}$

⁰解答：1 略 2 (1) $\Phi_A(\lambda) = \lambda^2 - 6\lambda + 5$, $\lambda = 5, 1$. (2) $\lambda = 5$ のとき $\mathbf{x} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $c_1 \neq 0$. $\lambda = 1$ のとき $\mathbf{x} = c_2 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $c_2 \neq 0$. 3 (1) $\lambda = 5, -3$. $\lambda = 5$ のとき $\mathbf{x} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $c_1 \neq 0$. $\lambda = -3$ のとき $\mathbf{x} = c_2 \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $c_2 \neq 0$.
 (2) $\lambda = 4, -3$. $\lambda = 4$ のとき $\mathbf{x} = c_1 \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$, $c_1 \neq 0$. $\lambda = -3$ のとき $\mathbf{x} = c_2 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $c_2 \neq 0$. (3) $\lambda = 5, 1, 0$. $\lambda = 5$ のとき $\mathbf{x} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 11 \end{pmatrix}$, $c_1 \neq 0$. $\lambda = 1$ のとき $\mathbf{x} = c_2 \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $c_2 \neq 0$. $\lambda = 0$ のとき $\mathbf{x} = c_3 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $c_3 \neq 0$.

⁰※この講義に関する情報は次の Web サイトを参照すること. <http://fuji.ss.u-tokai.ac.jp/nasu/2016/lasp.html>