線形代数・同演習 (DA), 期末試験準備問題

2016/7/15 担当：那須

学生証番号 | | | | | | | | 氏名 | | 点数 | |

1 次の行列式を計算せよ.

(1) $\begin{vmatrix} 7 & -9 \\ 31 & -37 \end{vmatrix}$

(2) $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 \\ -2 & 0 & 5 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix}$

(3) $\begin{vmatrix} 95 & 96 & 97 \\ 96 & 97 & 99 \\ 97 & 98 & 99 \end{vmatrix}$

(4) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & -2 & 3 \end{vmatrix}$

2 4次行列 $A = (a_{ij})$ の行列式は $|A| = \sum_{\varphi:\ \text{長さ}\ 4\ \text{の順列}} \mathrm{sgn}(\varphi) a_{1\varphi(1)} a_{2\varphi(2)} a_{3\varphi(3)} a_{4\varphi(4)}$ により定義される. (ただし総和 Σ は 24 (= 4!) 個の全ての長さ 4 の順列 $\varphi = \begin{pmatrix} \varphi(1) & \varphi(2) & \varphi(3) & \varphi(4) \end{pmatrix}$ に関する和を取る.)

(1) 順列 φ が $\varphi = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ のとき, 符号 $\mathrm{sgn}(\varphi)$ を求めよ.

(2) 前問の φ と $A = \begin{pmatrix} a & b & f & 1 \\ c & e & 2 & 7 \\ d & 3 & 6 & 8 \\ 4 & 5 & 9 & 10 \end{pmatrix}$ に対し, $\mathrm{sgn}(\varphi) a_{1\varphi(1)} a_{2\varphi(2)} a_{3\varphi(3)} a_{4\varphi(4)}$ を計算せよ.

3 次の行列 A が逆行列を持たないような定数 a の値を全て求めよ.

$$A = \begin{pmatrix} a-5 & 3 & 1 \\ -3 & 4 & a-9 \\ 0 & a-2 & 0 \end{pmatrix}$$

$\boxed{4}$ (1) 行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 3 \\ 2 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ の (i,j) 余因子 Δ_{ij} $(1 \leq i, j \leq 3)$ を計算し, それを (i,j) 成分とする行列 $B = (\Delta_{ij})$ を書け.

(2) A の行列式 $|A|$ を求めよ.

(3) A の逆行列 A^{-1} を求めよ.

$\boxed{5}$ 行列 $A = \begin{pmatrix} -22 & -50 \\ 10 & 23 \end{pmatrix}$ に対し, 以下の問に答えよ.

(1) A の固有値 λ を全て求めよ.

(2) A を対角化せよ. 答えは, 「$P = \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix}$ のとき, $P^{-1}AP = \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix}$ となる」の形で答えること.

(3) A^n (n は自然数) を求めよ.

[0]講義に関する情報を次のウェブサイトに置いておく. http://fuji.ss.u-tokai.ac.jp/nasu/2016/laex.html