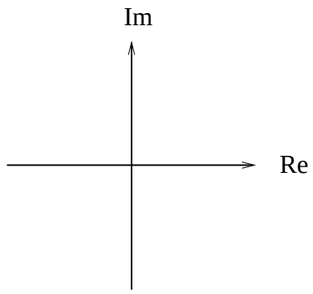
線形代数・同演習 (DA), 中間試験準備問題

2016/5/27 担当：那須

$\boxed{1}$ 複素数 $\alpha = 1 + i$ に対し, 以下の問に答えよ.

(1) α を複素平面上に図示し, 極形式を用いて表せ. ただし, α の実部と虚部が分かるように図示すること.



(2) α^{11} を計算せよ.

$\boxed{2}$ 次の行列の積を計算せよ.

(1) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

(2) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}^2$

$\boxed{3}$ 次の連立１次方程式を掃き出し法を用いて解け. ただし方程式の解が無い場合には,「解無し」と答えよ.

(1) $\left(\begin{array}{cc|c} x & y & \\ \hline 1 & 5 & 6 \\ -3 & -8 & 31 \end{array}\right)$

(2) $\left(\begin{array}{ccc|c} x & y & z & \\ \hline 2 & 3 & 4 & 16 \\ 1 & 1 & -6 & -9 \\ 4 & -2 & -3 & -6 \end{array}\right)$

(3) $\left(\begin{array}{ccc|c} x & y & z & \\ \hline 1 & -2 & 4 & -1 \\ 2 & -1 & -1 & 4 \\ -3 & 5 & -9 & 1 \end{array}\right)$

$\boxed{4}$ 次の行列を行基本変形を用いて階段行列まで変形し, 階数を求めよ.

(1) $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & -3 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

(2) $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & -1 & -4 \end{pmatrix}$

$\boxed{5}$ 次の連立方程式が解を持つように定数 a と b の値を定め, 連立方程式を解け.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} x & y & z & \\ \hline 1 & -2 & -4 & 0 \\ 3 & -5 & -9 & 1 \\ -5 & 6 & 8 & a \\ -7 & 9 & 13 & b \end{array}\right)$$

$\boxed{6}$ (1) 2 つの空間ベクトル $\mathbf{a} = (3, -3, -2)$ と $\mathbf{b} = (-1, -2, 1)$ に対し, 外積 $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ を求めよ.

(2) 前問の $\mathbf{a}$ と $\mathbf{b}$ で張られる平行四辺形の面積を求めよ.

(3) xyz 空間内において, 点 $P(1, 2, 3)$ を通りベクトル $\mathbf{n} = (3, -2, 1)$ に垂直な平面 H の方程式を求めよ.

$\boxed{7}$ 掃き出し法を用いて, 次の行列 A の逆行列 A^{-1} を求めよ.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

[0]講義に関する情報を次のウェブサイトに置いておく. http://fuji.ss.u-tokai.ac.jp/nasu/2016/laex.html