

- 問題文を良く読んで, 以下の問いに答えなさい.
- 途中の論理や計算をできる限り丁寧に記し, 答えには下線を引くなどわかりやすくすること.
- 字の粗末な解答, 途中の論理や計算を無視した解答, 答えがどれか判別つかない解答などは, 減点の対象になる場合がある.

1 (1) $54321 \times 12345 = 6\boxed{}0592745$ が成り立つとき, $\boxed{}$ に入る数字を求めよ.

(2) 2015年1月8日は木曜日である. 2050年1月31日は何曜日か答えよ.

(3) ユークリッドの互除法を用いて, 2754と792の最大公約数を求めよ.

2 次の一次不定方程式の全ての整数解を求めよ. もし解が存在しない場合には, 「解は存在しない」と答えよ.

(1) $42x + 13y = 1$

(4) $32x + 45y = 3$

(2) $81x + 48y = 9$

(5) $16x + 76y = 6$

(3) $23x + 32y = 2$

(6) $132x + 123y = 42$

3 $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ における, 次の元を求めよ. ただし, n を法とする a の剰余類 ($a \pmod n$) は $0, 1, \dots, n-1$ の中から答えること. $a^{-1} \pmod n$ は $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ における a の逆元を表す. もし逆元が存在しない場合には, 「存在しない」と答えよ.

(1) $271828 \pmod 8$

(5) $24^{-1} \pmod 39$

(2) $1234 \times 5678 \pmod 13$

(6) $11^{-1} \pmod 45$

(3) $5^4 \pmod 11$

(7) $25^{-1} \pmod 98$

(4) $16^{-1} \pmod 29$

(8) $58^{-1} \pmod 231$

4 次の一次合同方程式を解け. もし解が存在しない場合には, 「解無し」と答えよ.

(1) $20x \equiv 9 \pmod{33}$

(4) $32x \equiv -8 \pmod{49}$

(2) $35x \equiv 21 \pmod{63}$

(5) $21x \equiv 33 \pmod{123}$

(3) $24x \equiv 10 \pmod{52}$

(6) $56x \equiv 12 \pmod{173}$

5 (1) $\mathbb{Z}/15\mathbb{Z}$ の乗法群 $(\mathbb{Z}/15\mathbb{Z})^\times$ を $\{0, 1, 2, \dots, 14\}$ の部分集合の形で表せ.

(2) 乗法群 $(\mathbb{Z}/12\mathbb{Z})^\times$ の群表を求めよ.

(3) 乗法群 $(\mathbb{Z}/31\mathbb{Z})^\times$ における元8の位数を求めよ. ($8^n \equiv 1 \pmod{31}$ となる最小の自然数 n を求めよ.)

(4) $8^{2014} \equiv a \pmod{31}$ となる整数 a を, $0 \leq a \leq 30$ の範囲で求めよ.

6 次の値を求めよ.

(1) $7^{100} \pmod{20}$

(3) $5^{10000} \pmod{28}$

(2) $11^{2015} \pmod{18}$

(4) $29^7 \pmod{33}$