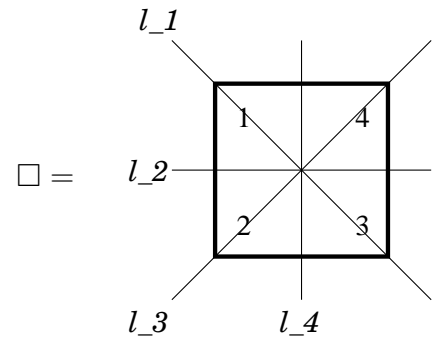


- 問題を良く読んで, 解答を別紙「解答用紙」に記入せよ.
- 答えには下線を引く などし, わかりやすくすること.

1] 自然数 $n \geq 2$ に対し, S_n は n 次対称群を表す.

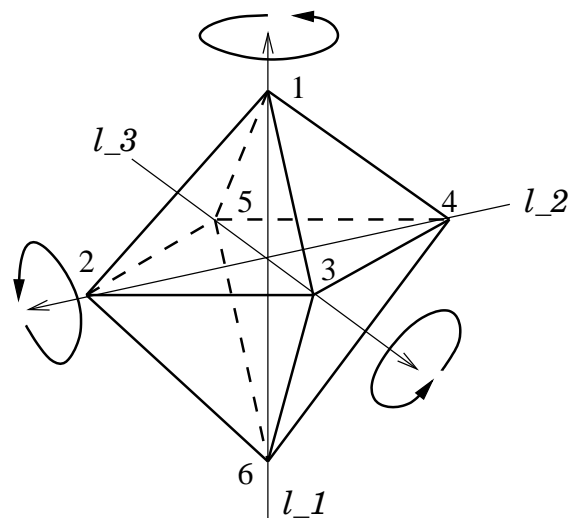
- (1) 4次置換 $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ と $\tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ に対し, 積 $\sigma^{-1}\tau\sigma$ を計算せよ.
- (2) サイクルの積 $\sigma = (1\ 4\ 2\ 3)(1\ 5\ 2\ 4)(3\ 7\ 6\ 5) \in S_7$ を計算せよ. ただし, 答えはサイクルの分離積として表すこと.
- (3) 置換 $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ 11 & 9 & 1 & 3 & 10 & 5 & 2 & 6 & 7 & 8 & 12 & 4 \end{pmatrix} \in S_{12}$ の位数を求めよ.
- (4) 置換 $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 1 & 2 \end{pmatrix} \in S_6$ をあみだくじで表せ. また σ は偶置換と奇置換のいずれか答えよ.
- (5) 置換 $\sigma = (1 \cdots 8)(9 \cdots 23)(24 \cdots 31) \in S_{31}$ の偶奇を判定せよ. ただし, \cdots は連続する整数を表す.

2] (1) 右の基準の正方形 \square を含む平面において, I を恒等変換, R_1, R_2, R_3 を \square の中心の周りのそれぞれ角度 $90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ の回転移動 (反時計回り) とし, さらに $T_i (i = 1, 2, 3, 4)$ を, 直線 l_i に関する折り返し (対称移動) とする.
基準の正方形 \square を次の合同変換で変換した正方形を求めよ. なお解答は解答欄の正方形の頂点に数字を記入して答えよ.



- $R_3 \circ T_2$
- $R_2 \circ T_2 \circ R_1$

(2) 右の基準の正八面体を含む空間において, 直線 l_i を中心とする角度 90° の回転移動を表す合同変換をそれぞれ R_i とする ($i = 1, 2, 3$). ただし, 回転は矢印に向かって右ねじ方向 (図の方向) に回転する. なお合同変換 f に対し f^n は f の n 回の合成 $f^n = f \circ \cdots \circ f$ を表すものとする.



基準の正八面体を次の合同変換で変換した正八面体を求めよ. なお解答は解答欄の正八面体の頂点に数字を記入して答えよ.

- $(R_3 \circ R_2 \circ R_1)^9$

問題は裏面にもあります

- 3 (1) 次の写像 $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ のうち、全単射であるものを全て選択し、記号を解答欄に記入せよ。
- (a) $f(x) = x(x-1)(x+1)$ (b) $f(x) = x^5$ (c) $f(x) = |x|$
- (2) X, Y, Z を集合とし、 $f: X \rightarrow Y, g: Y \rightarrow Z$ を写像とする。次の命題のうち、正しいものを全て選択し、その記号を解答欄に記入せよ。
- (ア) f, g がともに全射ならば、合成写像 $g \circ f$ も全射である。
 (イ) $g \circ f$ が全射ならば、 g は全射である。
 (ウ) $g \circ f$ が単射ならば、 g は単射である。
 (エ) $g \circ f$ が全射ならば、 f は全射である。
- (3) 前問で選択した正しい命題の中から 1つ を選び、記号を解答欄に記入した上で、証明せよ。

- 4 (1) 2変数対称式

$$f(x, y) = x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4$$

を基本対称式

$$\sigma_1 = x + y \quad \sigma_2 = xy$$

を用いて表せ。

- (2) 3次方程式

$$x^3 + 3x^2 + 1 = 0$$

の3つの解を α, β, γ とする。平方 $\alpha^2, \beta^2, \gamma^2$ を3つの解に持つような3次方程式をひとつ与えよ。

- (3) 3変数対称式

$$f(x, y, z) = x^3(y+z) + y^3(z+x) + z^3(x+y)$$

を基本対称式

$$\sigma_1 = x + y + z, \quad \sigma_2 = xy + yz + zx, \quad \sigma_3 = xyz$$

を用いて表せば、

$$f(x, y, z) = a\sigma_1^4 + b\sigma_1^2\sigma_2 + c\sigma_2^2 + d\sigma_1\sigma_3,$$

と表される。定数 a, b, c, d の値を求めよ。