

学生証番号 氏名 点数

1 次の写像 $f: X \rightarrow Y$ は, 全射であるか? 単射であるか? 全単射であるか? をそれぞれの場合について答えよ. 回答欄(なるものは○を, ならないものには×を記入せよ.)

- (1) $X = Y = \mathbb{R}_{\geq 0}, f(x) = x^2$
- (2) $X = Y = \mathbb{R}_{\geq 0}, f(x) = x^2 + 1$
- (3) $X = Y = \mathbb{R}, f(x) = x^3 + 1$

問題	単射?	全射?	全単射?
(1)			
(2)			
(3)			

2 (1) 次の集合のうち乗法 (\times) に関し群になるもの (乗法群) を全て選べ.

- (a) $\mathbb{R}_{> 0} = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$
- (b) $\{3^n \in \mathbb{Q} \mid n \in \mathbb{Z}\}$
- (c) $\{z \in \mathbb{C} \mid |z| = 2\}$

答え: _____

(2) 次の集合のうち加法 ($+$) に関し群になるもの (加法群) を全て選べ.

- (d) 偶数全体の集合
- (e) 奇数全体の集合
- (f) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = 2x\}$
- (g) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = x + 1\}$

答え: _____

3 実2次正則行列のなす乗法群 $GL(2, \mathbb{R}) = \{A \mid 2 \times 2 \text{ 行列, かつ } \det A \neq 0\}$ の部分集合

$$SO(2, \mathbb{R}) = \left\{ \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \mid \alpha \in \mathbb{R} \right\}$$

は, $GL(2, \mathbb{R})$ の部分群になることを示せ. ((1) 演算に関し, 閉じていること (2) 逆元の存在, を示せ.)