微分積分学 2, 期末試験準備問題

2016/7/18 担当：那須

学生証番号 | | | | | | | | 氏名 | | 点数 | |

1 (1) 次の特異積分および無限積分を求めよ.

(a) $\displaystyle\int_0^{16} \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}}\, dx$

(b) $\displaystyle\int_1^{\infty} -2xe^{-x^2}\, dx$

(2) 曲線 $y = x^2 - 3x - 4$ と直線 $y = x + 1$ で囲まれる図形の面積を求めよ.

2 (1) 次の関数を偏微分せよ.

(a) $z = \dfrac{x}{1 - x - y}$

(b) $z = \cos^{-1} xy$

(2) 関数 $z = e^{x^3+y^3}$ の第 2 次偏導関数 z_{xx}, z_{xy}, z_{yy} を求めよ.

$\boxed{3}$ (1) 関数 $z = x^4 - xy + y^3$ の $(x, y) = (-2, 1)$ における接平面の方程式を求めよ.

(2) $z = \dfrac{x-y}{x+y}$, $\quad x = \sin t$, $\quad y = \cos t$ のとき, $z = z(t)$ に対し, 合成関数の微分法を用いて, $\dfrac{dz}{dt}$ を計算せよ. 答えは, t の式で表すこと.

(3) $z = e^{x+y}$, $x = st$, $y = s + t$ のとき, $z = z(s, t)$ に対し, 合成関数の微分法を用いて, 偏導関数 $z_s = \dfrac{\partial z}{\partial s}$ と $z_t = \dfrac{\partial z}{\partial t}$ を計算せよ. 答えは, s, t の式で表すこと.

$\boxed{4}$ (1) 陰関数表示 $y^3 - xy^2 + 5x^2 + y = 0$ で表された関数 y について, $\dfrac{dy}{dx}$ を求めよ.

(2) 2 変数関数 $f(x, y) = x^3 + 3xy - y^3 - 1$ の極値をすべて求めよ.

[0]講義に関する情報を次のウェブサイトに置いておく. http://fuji.ss.u-tokai.ac.jp/nasu/2016/cal2.html