微分積分学 2, 期末試験問題＆解答用紙

2016/7/25 担当：那須

学生証番号 | | | | | | | | 氏名 | | 点数 | |

- 問題用紙は 1 枚, 裏表合わせて全部で 4 問ある. **解答は問題用紙の余白に書くこと**.
- 答えには下線を引くなどし, わかりやすくすること. 途中の式や論理を欠いた解答, 字の粗末な解答, 答えがどれか判別つかない解答は, 減点の対象になる場合がある.

1 (1) 次の特異積分および無限積分を計算せよ.

(a) $\displaystyle\int_0^{32} \frac{1}{\sqrt[5]{x^2}}\,dx$

(b) $\displaystyle\int_0^{\infty} e^{-4x}\,dx$

(2) 曲線 $y = 2x^2 - x$ と直線 $y = 2x - 1$ で囲まれる図形の面積 S を求めよ.

2 (1) 次の関数 z の偏導関数 z_x, z_y を計算せよ.

(a) $z = \dfrac{1+xy}{1-xy}$

(b) $z = \sin^{-1}(x+y)$

(2) 関数 $z = e^{x^2-y^2}$ の第 2 次偏導関数 z_{xx}, z_{xy}, z_{yy} を計算せよ.

$\boxed{3}$ (1) 関数 $z = 2x^2 - 3xy + y^2$ の $(x, y) = (2, -1)$ における接平面の方程式を求めよ.

(2) $z = \dfrac{x+y}{x-y}$, $\quad x = \sin t$, $\quad y = \cos t$ のとき, $z = z(t)$ に対し, 合成関数の微分法を用いて, $\dfrac{dz}{dt}$ を計算せよ. ただし, 結果は t の式で表すこと.

(3) $z = \log(x - y)$, $x = st$, $y = s + t$ のとき, $z = z(s, t)$ に対し, 合成関数の微分法を用いて, 偏導関数 $z_s = \dfrac{\partial z}{\partial s}$ と $z_t = \dfrac{\partial z}{\partial t}$ を計算せよ. ただし, 結果は s, t の式で表すこと.

$\boxed{4}$ (1) 陰関数表示 $y^3 - x^2y + 3x + 1 = 0$ で表された関数 y について, $\dfrac{dy}{dx}$ を求めよ.

(2) 2 変数関数 $f(x, y) = x^3 - 4x^2 - 4xy + x - y^2 + 2y$ の極値をすべて求めよ.

[0]講義に関する情報を次のウェブサイトに置いておく. http://fuji.ss.u-tokai.ac.jp/nasu/2016/cal2.html