

学生証番号 氏名 点数 

1 次の行列の積を計算せよ. 積が定義されない場合には, 「定義されない」と答えよ.

$$(1) \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & -2 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(2) \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -3 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}^2$$

2 次の行列式を計算せよ. ただし文字を含むものは因数分解して答えること.

$$(1) \begin{vmatrix} 22 & -13 \\ 3 & -4 \end{vmatrix}$$

$$(2) \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -4 & 5 & -6 \\ 9 & -8 & 7 \end{vmatrix}$$

$$(3) \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 4 & -1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$(4) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

$$(5) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & b^2 & c^2 \\ a^3 & b^3 & c^3 \end{vmatrix}$$

$$(6) \begin{vmatrix} x & y & x \\ 2y & x+y & 2y \\ 3x & 2x+y & x+2y \end{vmatrix}$$

3  $A = \begin{pmatrix} -4 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$  に対し、次の設問に答えよ.

(1)  $A$  の  $(i, j)$  余因子  $\Delta_{ij}$  ( $1 \leq i, j \leq 3$ ) を全て求めよ.

(2)  $A$  の行列式  $|A|$  の値を求めよ.

(3)  $A$  の逆行列  $A^{-1}$  を求めよ.

4 行列  $\begin{pmatrix} a-1 & 1 & 1 \\ 1 & a+1 & 1 \\ 1 & 1 & a-1 \end{pmatrix}$  が逆行列を持たないような定数  $a$  の値を 全て 求めよ.

5 (1) 空間ベクトル  $\mathbf{a} = (3, 1, 4)$  と  $\mathbf{b} = (1, 1, 9)$  に対し、内積  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ 、および外積  $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$  を求めよ.

答え： $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} =$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{a} \times \mathbf{b} =$  \_\_\_\_\_

(2) 次の空間ベクトル  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3 \in \mathbb{R}^3$  に対し、シュミットの直交化を適用し、正規直交化せよ. ( $\mathbb{R}^3$  の正規直交系  $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$  を与えよ.)

$$\mathbf{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{x}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{x}_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$$