線形代数 (SP), 期末テスト準備問題の略解

2016/1/7 担当：那須

$\boxed{1}$ (1) $x=-20,\ y=-13$ (2) $x=1,\ y=3,\ z=6$

(3) $x=-t-1,\ y=-t-2,\ z=t$, (t は任意)

$\boxed{2}$ (1) $P=\begin{pmatrix}1 & -3\\ 1 & 2\end{pmatrix}$ のとき, $P^{-1}AP=\begin{pmatrix}4 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}$ となる.

(2) $P=\begin{pmatrix}1 & 3 & 2\\ 2 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1\end{pmatrix}$ のとき, $P^{-1}AP=\begin{pmatrix}-1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$ となる.

$\boxed{3}$ $P=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 1 & 1\end{pmatrix}$ のとき, $P^{-1}AP=\begin{pmatrix}3 & 0\\ 0 & 2\end{pmatrix}$ となる. P の逆行列は, $P^{-1}=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 1 & -1\end{pmatrix}$. 従って,

$$A^n=P\begin{pmatrix}3^n & 0\\ 0 & 2^n\end{pmatrix}P^{-1}=\begin{pmatrix}2^{n+1}-3^n & -2^{n+1}+2\cdot 3^n\\ 2^n-3^n & -2^n+2\cdot 3^n\end{pmatrix}.$$

$\boxed{4}$ $a=3,\ x=-3-2t,\ y=-2-3t,\ z=t$ (t は任意)

$\boxed{5}$ A の固有値は $\lambda=3+i, 3-i$. $\lambda=3+i$ のとき, 固有ベクトルは $\mathbf{x}=\begin{pmatrix}\frac{-1+i}{2}\\ 1\end{pmatrix}$. $\lambda=3-i$ のとき, 固有ベクトルは $\mathbf{x}=\begin{pmatrix}\frac{-1-i}{2}\\ 1\end{pmatrix}$. 従って, 答えは <u>ア) $3+i$ イ) $3-i$ ウ) $\frac{-1+i}{2}$ エ) $\frac{-1-i}{2}$</u>

$\boxed{6}$ (1) $n-\mathrm{rank}(A-a_iE)=m_i$ が任意の $i=1,\dots,k$ に対し成立する.

(2) <u>答え：(3), (5), (6), (8)</u>

[0]講義に関する情報は次のサイトを参照. http://fuji.ss.u-tokai.ac.jp/nasu/2015/lasp.html