

学生証番号 氏名 点数

- 問題用紙は1枚, 裏表合わせて5問ある. 解答は問題用紙の余白に書くこと.
- 試験開始直後に, 氏名と学生証番号を記入すること.
- 答えには下線を引くなどし, わかりやすくすること. 字の粗末な解答, 答えがどれか判別つかない解答は, 減点の対象になる場合がある.

1 次の行列の積を計算せよ. 積が定義されない場合には, 「定義されない」と答えよ.

$$(1) \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 4 & -1 & -5 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(2) \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

2 次の行列式を計算せよ. ただし文字を含むものは因数分解して答えること.

$$(1) \begin{vmatrix} 7 & 2 \\ -13 & -9 \end{vmatrix}$$

$$(2) \begin{vmatrix} 2 & 5 & 2 \\ 3 & -3 & 3 \\ 5 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

$$(3) \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & -2 \\ 2015 & \pi & -3 & x+1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 3 & -4 & 0 & -1 \end{vmatrix}$$

$$(4) \begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 & -2 \\ 2 & -3 & 2 & 5 \\ 1 & 0 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 7 & 3 \end{vmatrix}$$

$$(5) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix}$$

$$(6) \begin{vmatrix} a & b & a & b \\ 2a & a+b & 2a & a+b \\ 3a & 2a+b & 3a & a+2b \\ 4a & 3a+b & 2a+2b & a+3b \end{vmatrix}$$

3 $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -4 \\ 2 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ に対し, 次の設問に答えよ.

(1) A の (i, j) 余因子 Δ_{ij} ($1 \leq i, j \leq 3$) を全て求めよ.

(2) A の行列式 $|A|$ の値を求めよ.

(3) A の逆行列 A^{-1} を求めよ.

4 行列 $\begin{pmatrix} a & 2 & a \\ 0 & a+1 & 3 \\ 2a & 2 & a \end{pmatrix}$ が逆行列を持たないような定数 a の値を 全て 求めよ.

5 (1) 空間ベクトル $\mathbf{a} = (1, 4, -5)$ と $\mathbf{b} = (3, -1, 0)$ に対し, 内積 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$, および外積 $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ を求めよ.

答え: $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} =$ _____ $\mathbf{a} \times \mathbf{b} =$ _____

(2) 次の空間ベクトル $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3 \in \mathbb{R}^3$ に対し, シュミットの直交化を適用し, 正規直交化せよ. (\mathbb{R}^3 の正規直交系 $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ を与えよ.)

$$\mathbf{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{x}_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{x}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$