

1 次の行列式を計算せよ. ただし (5) (6) の答えは式を 因数分解した形 で答えよ.

$$(1) \begin{vmatrix} 4 & -7 \\ 8 & -3 \end{vmatrix} \quad (2) \begin{vmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -2 & 3 & 5 \\ 5 & 0 & -9 \end{vmatrix} \quad (3) \begin{vmatrix} 2 & 3 & -2 & 0 \\ 2015.1112 & \pi & \frac{4}{5} & 2 \\ -5 & 2 & 4 & 0 \\ 3 & 0 & -2 & 0 \end{vmatrix} \quad (4) \begin{vmatrix} -3 & -1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & -2 & 4 \\ -2 & 0 & 1 & 5 \\ 1 & 4 & 0 & -6 \end{vmatrix}$$

$$(5) \begin{vmatrix} x+y+2z & x & y \\ z & y+z+2x & y \\ z & x & z+x+2y \end{vmatrix} \quad (6) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x^2 & y^2 & z^2 \\ x^4 & y^4 & z^4 \end{vmatrix}$$

2 $A = \begin{pmatrix} 6 & -3 & 5 \\ -1 & 4 & -5 \\ -3 & 3 & -4 \end{pmatrix}$ に対し, 次の設問に答えよ.

- (1) A の (i, j) 余因子を Δ_{ij} ($1 \leq i, j \leq 3$) を全て求めよ.
- (2) A の行列式 $|A|$ を計算せよ. さらに A の逆行列 A^{-1} を求めよ.
- (3) E_3 を 3 次の単位行列とする. 行列 $aE_3 - A$ が逆行列を持たないような定数 a の値を 全て 求めよ.

3 $abcd \neq 0$ のとき, 次の等式を示せ.

$$\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+c & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1+d \end{vmatrix} = abcd \left(1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} \right)$$

4 3 次正方行列 A の行列式 $|A|$ の値が 2 のとき, 次の値を求めよ. ただし tA は A の転置行列を表す.

- (1) $|A^{-1}|$ (2) $|{}^tA|$ (3) $| -A |$ (4) $|A^6 \cdot ({}^tA)^4 \cdot A^{-5}|$

0

1 (1) 44 (2) 24 (3) 20 (4) 78 (5) $2(x+y+z)^3$ (6) $(x-y)(x+y)(y-z)(y+z)(z-x)(z+x)$

2 (1) $(\Delta_{ij}) = \begin{pmatrix} -1 & 11 & 9 \\ 3 & -9 & -9 \\ -5 & 25 & 21 \end{pmatrix}$ (2) $|A| = 6, \quad A^{-1} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -1 & 3 & -5 \\ 11 & -9 & 25 \\ 9 & -9 & 21 \end{pmatrix}$
 (3) $a = 1, 2, 3$ (A が逆行列を持たない $\iff |A| = 0$ に注意)

3 略

4 (1) 1/2 (2) 2 (3) -2 (4) 32

⁰※この講義に関する情報は次の Web サイトを参照すること. <http://fuji.ss.u-tokai.ac.jp/nasu/2015/lasp.html>