

学籍番号

--	--	--	--	--	--	--	--

氏名

--

点数

--

1 (1) $f: V \rightarrow W$ をベクトル空間 V からベクトル空間 W への写像とする. f が線形写像であるための必要充分条件を書け. (1点)

(i)

(ii)

(2) 次の写像が線形写像かどうか調べ, 解答欄に線形写像なら○を, そうでなければ×を記入せよ. (答えのみで良い) (各1点)

(a) $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, f(x, y) = (3x, 4y)$

(b) $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3, f(x, y) = (2x + 3y, -x + 4y, 5x - 2y)$

(c) $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, f(x, y) = (x + 1, y - 1)$

(d) $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, f$ は原点 $\mathbf{0}$ の周りの角度 θ の回転

答え: (a)

(b)

(c)

(d)

2 右の線形写像 $f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ について,

(1) f の核 ($\ker f$) の次元と 1 組の基底,(2) f の像 ($\text{im } f$) の次元と 1 組の基底

を求めよ. (各2点)

$$f(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 3 & 5 & 4 & 5 \\ -1 & 0 & -3 & 5 \end{pmatrix}$$