線形代数 2, 第 4 回小テスト解答

2015/4/23 担当：那須

$\boxed{1}$ 行列 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -3 \\ 5 & 3 & 0 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ に対し, 以下の問に答えよ.

(1) A の (i,j) 余因子を Δ_{ij} で表す. 次の行列 B を求めよ (9 点)：$B = \begin{pmatrix} \Delta_{11} & \Delta_{12} & \Delta_{13} \\ \Delta_{21} & \Delta_{22} & \Delta_{23} \\ \Delta_{31} & \Delta_{32} & \Delta_{33} \end{pmatrix}$

$$\Delta_{11} = \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 12 \qquad \Delta_{12} = -\begin{vmatrix} 5 & 0 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = -20 \qquad \Delta_{13} = \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 1$$

$$\Delta_{21} = -\begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = -10 \qquad \Delta_{22} = \begin{vmatrix} 0 & -3 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 9 \qquad \Delta_{23} = -\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 3$$

$$\Delta_{31} = \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 3 & 0 \end{vmatrix} = 9 \qquad \Delta_{32} = -\begin{vmatrix} 0 & -3 \\ 5 & 0 \end{vmatrix} = -15 \qquad \Delta_{33} = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} = -5$$

よって,

$$B = \begin{pmatrix} 12 & -20 & 1 \\ -10 & 9 & 3 \\ 9 & -15 & -5 \end{pmatrix}$$

(2) A の行列式 $|A|$ を求め, もし A が正則 (逆行列 A^{-1} が存在する) ならば, A^{-1} を求めよ. (1 点)
サラスの公式により, $|A| = -30 + 27 - 20 = -23 \neq 0$.

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|}{}^t B = -\frac{1}{23}\begin{pmatrix} 12 & -10 & 9 \\ -20 & 9 & -15 \\ 1 & 3 & -5 \end{pmatrix}$$

[0]※この講義に関する情報はホームページを参照. http://fuji.ss.u-tokai.ac.jp/nasu/2015/la2.html