

学生証番号 氏名 点数

1 次の行列式を計算せよ.

(1)
$$\begin{vmatrix} 7 & -9 \\ 31 & -37 \end{vmatrix}$$

(2)
$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 \\ -2 & 0 & 5 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

(3)
$$\begin{vmatrix} 95 & 96 & 97 \\ 96 & 97 & 99 \\ 97 & 98 & 99 \end{vmatrix}$$

(4)
$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & -2 & 3 \end{vmatrix}$$

2 4次行列 $A = (a_{ij})$ の行列式は $|A| = \sum_{\varphi: 4\text{次置換}} \text{sgn}(\varphi) a_{1\varphi(1)} a_{2\varphi(2)} a_{3\varphi(3)} a_{4\varphi(4)}$ により定義される. (ただし総和 Σ は $24 (= 4!)$ 個の全ての4次置換 $\varphi_1, \dots, \varphi_{24}$ に関する和を取る.)

(1) $\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ のとき, 符号 $\text{sgn}(\varphi)$ を求めよ.

(2) 前問の φ と $A = \begin{pmatrix} a & b & f & 1 \\ c & e & 2 & 7 \\ d & 3 & 6 & 8 \\ 4 & 5 & 9 & 10 \end{pmatrix}$ に対し, $\text{sgn}(\varphi) a_{1\varphi(1)} a_{2\varphi(2)} a_{3\varphi(3)} a_{4\varphi(4)}$ を計算せよ.

3 次の行列 A が逆行列を持たないような定数 a の値を全て求めよ.

$$A = \begin{pmatrix} a-5 & 3 & 1 \\ -3 & 4 & a-9 \\ 0 & a-2 & 0 \end{pmatrix}$$

- 4 (1) 行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 3 \\ 2 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ の (i, j) 余因子 Δ_{ij} ($1 \leq i, j \leq 3$) を計算し, それを (i, j) 成分とする行列 $B = (\Delta_{ij})$ を書け.

(2) A の行列式 $|A|$ を求めよ.

(3) A の逆行列 A^{-1} を求めよ.

- 5 行列 $A = \begin{pmatrix} -22 & -50 \\ 10 & 23 \end{pmatrix}$ に対し, 以下の問に答えよ.

(1) A の固有値 λ を全て求めよ.

(2) A を対角化せよ. 答えは, 「 $P = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$ のとき, $P^{-1}AP = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$ となる」の形で答えること.

(3) A^n (n は自然数) を求めよ.