

線形代数 1, 中間テスト準備問題

2015/10/26 担当：那須

学生証番号 氏名 点数

- 問題用紙は1枚, 裏表合わせて7問ある. 解答は問題用紙の余白に書くこと.
- 試験開始直後に, 氏名と学生証番号を記入すること.
- 答えには下線を引くなどし, わかりやすくすること. 字の粗末な解答, 答えがどれか判別つかない解答は, 減点の対象になる場合がある.

1 次の行列の積を計算せよ.

$$(1) \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(2) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}^2$$

2 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ のとき, A^4 および $A^3 - 2A^2 + 5A - E$ を計算せよ.

3 次の連立1次方程式を掃き出し法を用いて解け. ただし方程式の解が無い場合には, 「解無し」と答えよ.

$$(1) \left(\begin{array}{cc|c} x & y & 6 \\ 1 & 5 & 6 \\ -3 & -8 & 31 \end{array} \right)$$

$$(2) \left(\begin{array}{ccc|c} x & y & z & \\ 2 & 3 & 4 & 16 \\ 1 & 1 & -6 & -9 \\ 4 & -2 & -3 & -6 \end{array} \right)$$

$$(3) \left(\begin{array}{ccc|c} x & y & z & \\ 1 & -2 & 4 & -1 \\ 2 & -1 & -1 & 4 \\ -3 & 5 & -9 & 1 \end{array} \right)$$

答え: $A^4 =$ _____ $A^3 - 2A^2 + 5A - E =$ _____

4 次の行列を行基本変形を用いて階段行列まで変形し, 階数を求めよ.

$$(1) A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & -3 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$(2) B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & -1 & -4 \end{pmatrix}$$

5 次の連立方程式が解を持つように定数 a と b の値を定め, 連立方程式を解け.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} x & y & z & \\ \hline 1 & -2 & -4 & 0 \\ 3 & -5 & -9 & 1 \\ -5 & 6 & 8 & a \\ -7 & 9 & 13 & b \end{array} \right)$$

6 行列 A に左からかけるとき, 次の基本変形を導く基本行列の積を求めよ. ($B = PA$ となる正則行列 P を求めよ.)

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\textcircled{1} \leftrightarrow \textcircled{3}} \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow[\textcircled{3} + 3 \times \textcircled{1}]{\textcircled{2} + 2 \times \textcircled{1}} \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 8 & 3 \\ 0 & 8 & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow{\textcircled{3} - \textcircled{2}} \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 8 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = B$$

7 掃き出し法を用いて, 次の行列 A の逆行列 A^{-1} を求めよ.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$