

線形代数 1, 期末テスト問題&解答用紙

2016/1/18 担当: 那須

学生証番号 氏名 点数

- 問題用紙は1枚, 裏表合わせて5問ある. **解答は問題用紙の余白に書くこと.**
- 答えには下線を引くなどし, わかりやすくすること. 途中計算の無い解答, 字の粗末な解答, 答えがどれか判別つかない解答は, 減点の対象になる場合がある.

1 次の行列式を計算せよ.

$$(1) \begin{vmatrix} -23 & -56 \\ 3 & 10 \end{vmatrix}$$

$$(2) \begin{vmatrix} -3 & 1 & 2 \\ 4 & -2 & 1 \\ 5 & 2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$(3) \begin{vmatrix} 95 & 96 & 97 \\ 96 & 97 & 98 \\ 97 & 98 & 99 \end{vmatrix}$$

$$(4) \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & -1 & 3 \\ -2 & 2 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

2 4次行列 $A = (a_{ij})$ の行列式は $|A| = \sum_{\varphi: 4\text{次置換}} \text{sgn}(\varphi) a_{1\varphi(1)} a_{2\varphi(2)} a_{3\varphi(3)} a_{4\varphi(4)}$ により定義される. (ただし総和 Σ は $24 (= 4!)$ 個の全ての4次置換 $\varphi_1, \dots, \varphi_{24}$ に関する和を取る.)

(1) $\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ のとき, 符号 $\text{sgn}(\varphi)$ を求めよ.

(2) 前問の φ と $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 6 & -10 \\ -2 & 5 & -9 & z \\ 4 & -8 & y & -v \\ -7 & x & -u & w \end{pmatrix}$ に対し, $\text{sgn}(\varphi) a_{1\varphi(1)} a_{2\varphi(2)} a_{3\varphi(3)} a_{4\varphi(4)}$ を計算せよ.

3 次の行列 A が逆行列を持たないような定数 a の値を全て求めよ.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & a-3 \\ -1 & a-2 & 1 \\ a+2 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

- 4 (1) 行列 $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & -5 \\ -2 & -4 & 1 \\ 3 & 3 & -1 \end{pmatrix}$ の (i, j) 余因子 Δ_{ij} ($1 \leq i, j \leq 3$) を計算し, それを (i, j) 成分とする行列 $B = (\Delta_{ij})$ を書け.

(2) A の行列式 $|A|$ の値を求めよ.

(3) A の逆行列 A^{-1} を求めよ.

- 5 行列 $A = \begin{pmatrix} 15 & 28 \\ -6 & -11 \end{pmatrix}$ に対し, 以下の問に答えよ.

(1) A の固有値 λ を全て求めよ.

(2) A を対角化せよ. 答えは, 「 $P = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$ のとき, $P^{-1}AP = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$ となる」の形で答えること.

(3) A^n (n は自然数) を求めよ.