線形代数1, 第18回小テスト解答

2015/12/10　担当：那須

$\boxed{1}$ 行列 $A=\begin{pmatrix}-1&-2&2\\0&1&-3\\2&-2&3\end{pmatrix}$ の (i,j) 余因子 Δ_{ij} $(1\leq i,j\leq 3)$ を (i,j) 成分とする3次行列 $B=(\Delta_{ij})$ を求めよ. (9点)

$$B=\begin{pmatrix}+\begin{vmatrix}1&-3\\-2&3\end{vmatrix}&-\begin{vmatrix}0&-3\\2&3\end{vmatrix}&+\begin{vmatrix}0&1\\2&-2\end{vmatrix}\\-\begin{vmatrix}-2&2\\-2&3\end{vmatrix}&+\begin{vmatrix}-1&2\\2&3\end{vmatrix}&-\begin{vmatrix}-1&-2\\2&-2\end{vmatrix}\\+\begin{vmatrix}-2&2\\1&-3\end{vmatrix}&-\begin{vmatrix}-1&2\\0&-3\end{vmatrix}&+\begin{vmatrix}-1&-2\\0&1\end{vmatrix}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-3&-6&-2\\2&-7&-6\\4&-3&-1\end{pmatrix}$$

$\boxed{2}$ 次の行列式を計算せよ. (3点)

$$|A|=\begin{vmatrix}2&3&-3&5\\-3&0&1&0\\3&-1&-3&3\\4&5&-2&5\end{vmatrix}\underset{\boxed{1}+3\times\boxed{3}}{=\!=\!=}\begin{vmatrix}-7&3&-3&5\\0&0&1&0\\-6&-1&-3&3\\-2&5&-2&5\end{vmatrix}$$

$$\underset{\boxed{2}\text{で展開}}{=\!=\!=}1\times\left(-\begin{vmatrix}-7&3&5\\-6&-1&3\\-2&5&5\end{vmatrix}\right)\underset{\substack{①+3\times②\\③+5\times②}}{=\!=\!=}-\begin{vmatrix}-25&0&14\\-6&-1&3\\-32&0&20\end{vmatrix}$$

$$\underset{\boxed{2}\text{で展開}}{=\!=\!=}-(-1)\begin{vmatrix}-25&14\\-32&20\end{vmatrix}\underset{②-①}{=\!=\!=}\begin{vmatrix}-25&14\\-7&6\end{vmatrix}$$

$$\underset{\boxed{1}+\boxed{2}}{=\!=\!=}\begin{vmatrix}-11&14\\-1&6\end{vmatrix}=(-11)\times 6-14\times(-1)=-52$$

ポイント!

行列式の計算は行または列の基本変形を用いて0成分を増やした後に0をたくさん含む行または列において展開する.

[0]※この講義に関する情報はホームページを参照. http://fuji.ss.u-tokai.ac.jp/nasu/2015/la1.html