

1] 行列  $A$  に左からかけるとき, 次の基本変形を導く基本行列  $P$  を求めよ. (各 1 点)

$$(1) A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{\textcircled{1} \leftrightarrow \textcircled{2}} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\textcircled{1} \leftrightarrow \textcircled{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = P$$

$$(2) A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\textcircled{3} + (-3) \times \textcircled{1}} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\textcircled{3} + (-3) \times \textcircled{1}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \end{pmatrix} = P$$

2] 次の行列  $A$  に対し, 連続基本変形 (♡) を行った:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & -5 \end{pmatrix} \xrightarrow[\text{基本変形 1}]{\textcircled{2} + 2 \times \textcircled{1}} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow[\text{基本変形 2}]{\textcircled{1} + (-3) \times \textcircled{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = B. \quad (\heartsuit)$$

基本変形 1 と基本変形 2 を導く基本行列は, それぞれ

$$P_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{と} \quad P_2 = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

に等しい. 以下の設問に答えよ. (各 1 点)

(1) 行列の積  $P_1 P_2 A$  を計算せよ.

$$P_1 P_2 A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 & 18 \\ -2 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 18 \\ 12 & 31 \end{pmatrix}$$

(2) 行列の積  $P_2 P_1 A$  を計算せよ.

$$P_2 P_1 A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(3) 基本変形 1 と基本変形 2 の連続変形  $A \rightarrow B$  (♡) を導く基本行列の積は

(a)  $P_1 P_2$

(b)  $P_2 P_1$

のどちらに等しいか答えよ.

答え:                      (b)