線形代数 1, 第 5 回小テスト解答

2015/10/8 担当：那須

1 次の行列が階段行列かどうかを判定せよ．(判定の線については省略) (各 1 点)

(1) $\begin{pmatrix} 5 & 4 & -9 \\ 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}$ (2) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ (3) $\left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 0 & 1 & 0 & 9 \\ 0 & 4 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 6 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 8 & 0 \end{array}\right)$

問題	階段行列？(○ or ×)
(1)	○
(2)	×
(3)	×

2 次の 1 次方程式を解け. (各 1 点)

(1) $x - 3y = -5$

$y = t$ とおけば, $x = 3t - 5$. 方程式の解は,

$$\begin{cases} x = 3t - 5 \\ y = t \end{cases} \quad (t \text{ は任意})$$

(2) $2x + 3y - 8z = 0$

$y = t_1,\ z = t_2$ とおけば, $x = \frac{1}{2}(-3y + 8z) = \frac{1}{2}(-3t_1 + 8t_2)$. 方程式の解は,

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}(-3t_1 + 8t_2) \\ y = t_1 \\ z = t_2 \end{cases} \quad (t_1, t_2 \text{ は任意})$$

3 行列の基本変形を用いて, 連立 1 次方程式 $\begin{cases} x + y + z &= 12 \\ 3x - 2y - 2z &= 6 \\ 4x + 3y - 5z &= 2 \end{cases}$ を解け. (3 点)

拡大係数行列 $\tilde{A}$ は,

$$\tilde{A} = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 12 \\ 3 & -2 & -2 & 6 \\ 4 & 3 & -5 & 2 \end{array}\right) \xrightarrow[③-4\times①]{②-3\times①} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 12 \\ 0 & -5 & -5 & -30 \\ 0 & -1 & -9 & -46 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{②\times(-\frac{1}{5})} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 12 \\ 0 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & -1 & -9 & -46 \end{array}\right) \xrightarrow[③+②]{①-②} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & -8 & -40 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{③\times(-\frac{1}{8})} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \end{array}\right) \xrightarrow{②-③} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \end{array}\right)$$

よって $x = 6, y = 1, z = 5$.

[0]※この講義に関する情報はホームページを参照. http://fuji.ss.u-tokai.ac.jp/nasu/2015/la1.html