

1 指示に従って (行列の基本変形を用いて) 連立 1 次方程式

$$\begin{cases} x + 3y - 2z = 12 \\ 3x + 10y - z = 55 \\ 2x - 4y + 3z = 5 \end{cases} \quad (\heartsuit)$$

を解け. (各 1 点)

(1) 連立 1 次方程式 (\heartsuit) の拡大係数行列 A_1 を書け.

$$A_1 = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -2 & 12 \\ 3 & 10 & -1 & 55 \\ 2 & -4 & 3 & 5 \end{array} \right)$$

(2) A_1 に次の基本変形を行うことにより, 次の形の行列 A_2 に変形せよ: 1 行目の -3 倍を 2 行目に加える. 1 行目の -2 倍を 3 行目に加える.

$$A_1 \longrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -2 & 12 \\ 0 & 1 & 5 & 19 \\ 0 & -10 & 7 & -19 \end{array} \right) = A_2$$

(3) A_2 に次の基本変形を行うことにより, 次の形の行列 A_3 に変形せよ: 2 行目の -3 倍を 1 行目に加える. 2 行目の 10 倍を 3 行目に加える.

$$A_2 \longrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -17 & -45 \\ 0 & 1 & 5 & 19 \\ 0 & 0 & 57 & 171 \end{array} \right) = A_3$$

(4) A_3 に次の基本変形を行うことにより, 次の形の行列 A_4 に変形せよ: 3 行目に $1/57$ をかける.

$$A_3 \longrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -17 & -45 \\ 0 & 1 & 5 & 19 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{array} \right) = A_4$$

(5) A_4 に次の基本変形を行うことにより, 次の形の行列 A_5 に変形せよ: 3 行目の 17 倍を 1 行目に加える. 3 行目の -5 倍を 2 行目に加える.

$$A_4 \longrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{array} \right) = A_5$$

(6) 連立 1 次方程式 (\heartsuit) の解を書け.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

2 行列の基本変形を用いて, 連立1次方程式

$$\begin{cases} x + y - z = 4 \\ 2x - y + 3z = -3 \\ x + 2y + 4z = 1 \end{cases} \quad (\heartsuit)$$

を解け. (3点)

拡大係数行列は $\tilde{A} = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 4 \\ 2 & -1 & 3 & -3 \\ 1 & 2 & 4 & 1 \end{array} \right)$ に等しい.

$$\begin{aligned} \tilde{A} &\xrightarrow[\textcircled{3}-\textcircled{1}]{\textcircled{2}-2\times\textcircled{1}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 4 \\ 0 & -3 & 5 & -11 \\ 0 & 1 & 5 & -3 \end{array} \right) \xrightarrow{\textcircled{2}\leftrightarrow\textcircled{3}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & 5 & -3 \\ 0 & -3 & 5 & -11 \end{array} \right) \\ &\xrightarrow[\textcircled{3}+3\times\textcircled{2}]{\textcircled{1}-\textcircled{2}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -6 & 7 \\ 0 & 1 & 5 & -3 \\ 0 & 0 & 20 & -20 \end{array} \right) \xrightarrow{\textcircled{3}\times\frac{1}{20}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -6 & 7 \\ 0 & 1 & 5 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{array} \right) \\ &\xrightarrow[\textcircled{2}-5\times\textcircled{3}]{\textcircled{1}+6\times\textcircled{3}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{array} \right) \end{aligned}$$

よって $x = 1, y = 2, z = -1$.