

学生証番号 氏名 点数

- 問題用紙は1枚, 裏表合わせて全部で4問ある. 解答は問題用紙の余白に書くこと.
- 答えには下線を引くなどし, わかりやすくすること. 字の粗末な解答, 答えがどれか判別つかない解答は, 減点の対象になる場合がある.

1 (1) 次の特異積分および無限積分を求めよ.

(a)
$$\int_0^8 \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx$$

(b)
$$\int_1^{\infty} e^{-3x} dx$$

(2) 曲線 $y = x^2 - 2x$ と直線 $y = -x + 2$ で囲まれる図形の面積を求めよ.

2 (1) 次の関数を偏微分せよ.

(a)
$$z = \frac{1 - xy}{1 + xy}$$

(b)
$$z = \sin^{-1} xy$$

(2) 関数 $z = e^{x^2+y^2}$ の第2次偏導関数 z_{xx}, z_{xy}, z_{yy} を求めよ.

3 (1) 関数 $z = x^3 - 2xy + y^2$ の $(x, y) = (-1, 1)$ における接平面の方程式を求めよ.

(2) $z = \frac{x+y}{x-y}$, $x = \sin t$, $y = \cos t$ で表される合成関数 $z(x(t), y(t))$ について, $\frac{dz}{dt}$ を t の式で表せ.

(3) $z = \log(x+y)$, $x = st$, $y = s+t$ で表される合成関数 $z(x(s, t), y(s, t))$ について, 偏導関数 z_s, z_t を求めよ.

4 (1) 陰関数表示 $y^2 - x^3 - xy + 3x + 1 = 0$ で表された関数 y について, $\frac{dy}{dx}$ を求めよ.

(2) 2変数関数 $f(x, y) = x^3 - x^2 - 4xy - y^2 - 1$ の極値をすべて求めよ.