

1.8 接線の方程式

関数 $y = f(x)$ の $x = p$ における微分係数 $f'(p)$ は, $x = p$ における接線の傾きを表すので, $f(x)$ のグラフ上の点 (p, q) における接線の方程式は次で与えられる.

— 接線の方程式 —

(1) 点 (p, q) を通り, 傾き m の直線の方程式は

$$y - q = m(x - p)$$

(2) 関数 $f(x)$ のグラフ上の点 $(a, f(a))$ における接線の方程式は

$$y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

例題 1.18. 与えられた x における接線の方程式を求めよ:

(1) $y = 3x^2 + 2x + 1$ ($x = 2$) (2) $y = \cos x$ ($x = \pi/3$)

解)

(1) $y' = 6x + 2$. $x = 2$ のとき, $y = 3 \cdot 2^2 + 2 \cdot 2 + 1 = 17$ かつ $y' = 6 \cdot 2 + 2 = 14$. よって, 接線の方程式により, $y - 17 = 14(x - 2)$. 整理すると, $y = 14x - 11$.

(2) $y' = -\sin x$. $x = \frac{\pi}{3}$ のとき, $y = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$ かつ $y' = -\sin \frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. よって, 接線の方程式により, $y - \frac{1}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}(x - \frac{\pi}{3})$. 整理すると, $y = -\frac{\sqrt{3}}{2}(x - \frac{\pi}{3}) + \frac{1}{2}$.

問題 1.19. 次の曲線の与えられた x の値における接線の方程式を求めよ.

(1) $y = -x^2 + 2x - 2$ ($x = -1$) (4) $y = x \log x$ ($x = 1$)

(2) $y = \cos 2x$ ($x = \frac{\pi}{4}$)

(3) $y = e^{-x}$ ($x = 0$) (5) $y = \frac{1}{x}$ ($x = 2$)

1.9 微分のまとめ

問題 1.20. 次の関数を微分せよ.

$$(1) y = x^3 \log x$$

$$(4) y = \tan x$$

$$(2) y = e^x \cos x$$

$$(3) y = \frac{1}{\log x}$$

$$(5) y = \frac{1}{x^2}$$

問題 1.21. 次の関数を微分せよ.

$$(1) y = (x^3 - 2x + 1)^3$$

$$(6) y = \log(-x)$$

$$(2) y = \frac{1}{(x^2 + 1)^2}$$

$$(7) y = \sqrt{5x - 1}$$

$$(3) y = \cos^4 x$$

$$(8) y = \sqrt[3]{x^2 - 1}$$

$$(4) y = e^{2x}$$

$$(5) y = \log(x^2 + x + 1)$$

$$(9) y = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$$