1　微分

1.1　極限値と微分係数

関数 $y = f(x)$ に対し, 極限

$$f'(p) = \lim_{h \to 0} \frac{f(p+h) - f(p)}{h}$$

が存在するとき, $f(x)$ は $x = p$ で微分可能であるといい, $f'(p)$ を $f(x)$ の $x = p$ における微分係数という. 微分係数 $f'(p)$ は, 関数 $y = f(x)$ のグラフの $x = p$ における接線の傾きを表す. $p \mapsto f'(p)$ で定まる関数を $f(x)$ の導関数と呼び, $f'(x)$ または

$$y', \quad \frac{dy}{dx}, \quad \frac{d}{dx}f(x)$$

などで表す. $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めることを $f(x)$ を微分するという.

1.2　導関数とその計算

導関数の計算では, 様々な公式が使われる.

微分の線形性

$$(f(x) \pm g(x))' = f'(x) \pm g'(x), \qquad (kf(x))' = kf'(x) \quad (k \text{ は定数})$$

基本的な関数の微分

- $k' = 0$ (定数 k の微分は 0), 　　$(x^n)' = nx^{n-1} \quad (n = 1, 2, \dots)$
- $(\sin x)' = \cos x, \qquad (\cos x)' = -\sin x$
- $(e^x)' = e^x, \qquad (\log x)' = \dfrac{1}{x}$

問題 1.1. 次の関数を微分せよ.

(1) $y = -x^3 + 2x^2 - \dfrac{1}{5}x + 4$

(2) $y = \cos x + \sin x$

(3) $y = \dfrac{3}{4}x - \dfrac{1}{2}\sin x + \dfrac{\pi}{2}$

(4) $y = \dfrac{1}{3}e^x - 2\log x$