中間テスト準備問題

$\boxed{1}$ 次の行列式の値を求めよ.

(1) $\begin{vmatrix} -8 & -5 \\ 9 & 7 \end{vmatrix}$　(2) $\begin{vmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 3 & 4 & -3 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}$　(3) $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ -3 & 1 & 3 & -2 \\ 1 & 1 & 0 & 5 \\ 3 & -2 & -7 & 0 \end{vmatrix}$　(4) $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & -3 & 8 \\ 0 & 5 & 2 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & -1 & 5 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{vmatrix}$

$\boxed{2}$ 次の２つの平面ベクトルで張られる平行四辺形の面積 (>0) を求めよ：

(1) $\begin{pmatrix} -7 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 8 \\ 9 \end{pmatrix}$　(2) $\begin{pmatrix} 4 \\ -11 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 9 \\ 5 \end{pmatrix}$

$\boxed{3}$ 次の３つの空間ベクトルで張られる平行六面体の体積 (>0) を求めよ：

(1) $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$　(2) $\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\boxed{4}$ 次の連立方程式に対して, <u>クラーメルの公式を用いて</u> 解を求めよ.

(1) $\begin{cases} 7x - 5y = 3 \\ 5x - 4y = -9 \end{cases}$　(2) $\begin{cases} x + 3y - 2z = 2 \\ x + y - 2z = 0 \\ x + 2y + z = -2 \end{cases}$

$\boxed{5}$ 次の行列 A の逆行列 A^{-1} を求めよ. A^{-1} が存在しない場合には「逆行列は存在しない」と答えよ.

(1) $A = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 7 & -4 \end{pmatrix}$　(2) $A = \begin{pmatrix} 3 & -7 \\ -15 & 35 \end{pmatrix}$

$\boxed{6}$ (1) 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ の (i,j) 余因子 Δ_{ij} $(1 \le i, j \le 3)$ を計算し, それを (i,j) 成分とする行列 $B = (\Delta_{ij})$ を書け.

(2) A の行列式 $|A|$ を求めよ.

(3) A の逆行列 A^{-1} を求めよ.

略解：$\boxed{1}$ (1) -11　(2) -23　(3) -19　(4) -300　$\boxed{2}$ (1) 87　(2) 119　$\boxed{3}$ (1) 31　(2) 14

$\boxed{4}$ (1) $x = 19,\ y = 26$　(2) $x = -3,\ y = 1,\ z = -1$　$\boxed{5}$ (1) $A^{-1} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} -4 & 3 \\ -7 & 4 \end{pmatrix}$　(2) 逆行列は存在しない

$\boxed{6}$ (1) $(\Delta_{ij}) = \begin{pmatrix} -4 & -2 & -1 \\ 9 & 3 & 3 \\ -7 & -2 & -1 \end{pmatrix}$　(2) $|A| = 3$　(3) $A^{-1} = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} -4 & 9 & -7 \\ -2 & 3 & -2 \\ -1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$

この講義に関する情報は次の Web サイトを参照すること. http://fuji.ss.u-tokai.ac.jp/nasu/2014/lae2.html